

영향계수의 전달을 이용한 탄성지지된 직선 보의 좌굴해석

Buckling Analysis of Elastically Supported Straight Beams Using Transfer of Influence Coefficient

최명수* · 양경욱* †

Myung-Soo Choi* and Kyong-Uk Yang* †

(Received 17 February 2025, Revision received 24 April 2025, Accepted 25 April 2025)

초록 : 저자들은 영향계수의 전달을 이용하여 구조물의 진동해석을 효과적으로 수행할 수 있는 전달영향계수법을 구조물의 좌굴해석 분야에 도입하여 새로운 좌굴해석 방법을 개발하였다. 이 논문에서 탄성지지된 직선 보를 대상으로 영향계수의 전달을 이용하여 좌굴하중을 계산하는 알고리즘이 정식화되었다. 이 알고리즘을 기반으로 매트랩을 이용하여 전산 프로그램을 만들었다. 다양한 방법으로 4가지 직선 보의 좌굴해석을 수행한 후, 전달영향계수법의 결과를 각종 문헌 및 유한요소법과 전달행렬법을 기반으로 한 전산 프로그램의 결과와 비교하였다. 계산 결과의 수치 비교를 통해 이 연구에서 제시한 방법의 신뢰성 및 유효성을 확인하였다.

키워드 : 좌굴하중, 직선 보, 전달영향계수법, 전달행렬법, 유한요소법

Abstract : The authors developed a new buckling analysis method by introducing the transfer influence coefficient method, which can carry out the vibration analysis of structures efficiently using the transfer of influence coefficient, in buckling analysis field. In this paper, the algorithm for calculating the buckling loads of elastically supported straight beams was formulated using the transfer of influence coefficient. Based on this algorithm, a computer program was created using MATLAB. After the buckling analyses of four straight structures were performed by various methods, the results of the transfer influence coefficient method were compared with those by related literature and computer programs based on the finite element method and the transfer matrix method. The reliability and effectiveness of the present method were confirmed through numerical comparison of the calculation results.

Key Words : Buckling Load, Straight Beam, Transfer Influence Coefficient Method, Transfer Matrix Method, Finite Element Method

1. 서 론

구조물의 설계 시에 수행되는 정적 및 동적 해

석은 구조물의 안정성 및 유효성을 확보하기 위해 필요한 핵심적인 과정이다. 특히, 구조물을 구성하는 가느다란 구조 요소가 압축될 때 좌굴에

* † 양경욱(<https://orcid.org/0000-0003-0416-8348>) : 교수, 전남대학교 기관시스템공학과

E-mail : yangku@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7134

* 최명수(<https://orcid.org/0000-0003-0691-5570>) : 교수, 전남대학교 기관시스템공학과

* † Kyong-Uk Yang(<https://orcid.org/0000-0003-0416-8348>) : Professor, Department of Power System Engineering, Chonnam National University.

E-mail : yangku@jnu.ac.kr, Tel : 061-659-7134

* Myung-Soo Choi(<https://orcid.org/0000-0003-0691-5570>) : Professor, Department of Power System Engineering, Chonnam National University.

의해 파손될 수 있으므로, 부재, 판, 셀 등의 좌굴 해석 역시 구조물의 설계 시에 중요한 고려 사항이다.

단순한 직선 보의 좌굴해석은 문헌¹⁾을 통해 좌굴하중을 쉽게 계산할 수 있지만, 직선 보가 길이를 따라 단면이 변하는 경우,²⁾ 또는 직선 보의 임의의 위치에 기초로부터 탄성지지된 경우 등에는 단순히 문헌을 통해 해석하기 곤란하므로 컴퓨터 활용을 전제로 개발된 좌굴해석 기법이 필요하다.

좌굴해석을 포함하여 구조해석 분야에서 널리 사용되는 해석 기법으로 유한요소법(finite element method; FEM)^{3,4)}이 있다. 유한요소법은 구조적으로 이산계(discrete system) 모델링만 가능하므로, 유한요소법으로 해석 결과의 정도(accuracy)를 높이기 위해서 모델링 단계에서 구조물의 요소 분할수를 높이면 구조물의 전체 자유도의 증가와 더불어 많은 기억 용량을 가진 컴퓨터가 필요하게 되고 계산 시간 역시 급격히 증가하는 취약점이 있다.

유한요소법과는 달리 분포계(distributed system) 모델링이 가능한 해석 기법인 전달행렬법(Transfer Matrix Method; TMM)^{5,6)}은 유한요소법의 요소 분할수에 대한 취약점을 상당 부분 해결할 수 있지만, 직선형 구조물이 아주 긴 경우, 그리고 구조물 중간에 경탄성지지(rigid elastic support)가 존재할 경우 문제가 발생할 수 있다.

그 외의 좌굴해석 기법으로는 유한차분법(finite difference method),⁷⁾ 리츠법(Ritz method),⁸⁾ 유한대판전달행렬법(finite strip transfer matrix method)⁹⁾ 등이 있다.

이 연구의 목적은 구조물의 좌굴해석을 효과적으로 수행할 수 있는 새로운 해석 기법을 개발하는 것이다. 저자들은 영향계수의 전달을 이용하여 진동해석을 효과적으로 수행했던 전달영향계수법(Transfer Influence Coefficient Method; TICM)^{10,11)}을 최초로 좌굴해석 분야에 도입하였다. 이 논문에서는 탄성지지된 직선 보를 대상으로 영향계수의 전달을 이용하여 좌굴하중을 구하는 알고리즘을 정식화한다. 그리고 이 알고리즘을 기반으로 매트랩(MATLAB)을 이용하여 전산 프로그램을 만들어 4가지 직선 보를 대상으로 수치 계산을 수행

한 후, 그 결과를 각종 문헌 및 기존의 유한요소법과 전달행렬법을 기반으로 한 전산 프로그램의 결과와 비교한다.

2. 좌굴해석 알고리즘

2.1 모델링

압축력(F_c)을 받는 탄성지지된 직선 보의 좌굴 해석 알고리즘을 설명하기 위하여 Fig. 1과 같은 해석 모델을 제시한다. 해석 모델은 다수의 일정 단면 직선 보요소로 구성되고, 기초로부터 스프링에 의해 탄성지지 되어 있다.

인접한 두 직선 보 요소 사이의 결합점과 해석 모델의 좌단과 우단을 모두 절점(node)으로 정의하고, 좌단에서 우단으로 각 절점을 순차적으로 절점 0, 절점1, 절점 2, ..., 절점 n이라고 부른다. 각 절점의 변위벡터($\mathbf{d} = \{w, \theta\}^T$)는 절점의 횡변위 w 와 회전각 θ 로 구성되고, 각 절점의 힘벡터($\mathbf{f} = \{V, M\}^T$)는 전단력 V 와 모멘트 M 으로 구성된다. 절점의 변위는 연속이므로 절점의 좌측과 우측의 변위는 동일하지만, 힘은 절점에서 불연속이 발생할 수 있으므로 힘벡터는 이를 구분하기 위하여 변수명 우측에 상첨자 L과 R로 표기하고 이 기호는 절점의 좌측과 우측을 의미한다. 그리고 해당 절점번호는 변수명 우측에 하첨자로 표시한다.

탄성지지는 해석 모델의 해당 절점이 횡방향 및 회전방향 탄성 스프링에 의해 기초로부터 지지된 것으로 고려한다. 그리고 해석 모델의 경계 조건은 첫 번째 및 마지막 절점의 탄성지지 스프링으로 고려한다. 예를 들면, 좌단의 경계조건이 핀 지지라면 절점 0의 횡방향 스프링의 스프링상수 값을 ∞ 에 해당하는 아주 큰 값(이 연구에서는 10^{20})으로 설정하고, 회전방향 스프링의 스프링상

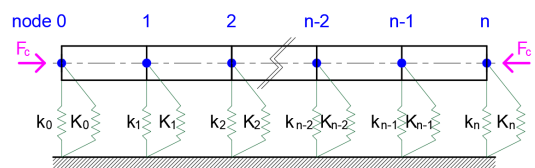


Fig. 1 Analytical model

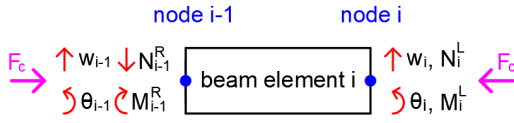


Fig. 2 Definition of positive direction on state variables of beam element i

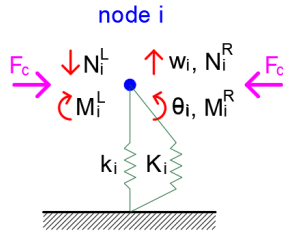


Fig. 3 Definition of positive direction on state variables of elastic spring element I

수 값을 $1/\infty$ 에 해당하는 아주 작은 값(이 연구에서는 10^{-20})으로 설정한다.

2.2 영향계수행렬의 정의 및 전달

2.2.1 영향계수행렬의 정의

임의의 i 번째 절점의 좌측과 우측에서 변위벡터와 힘벡터 사이의 관계를 영향계수행렬을 이용하여 아래 식과 같이 정의한다.

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{T}_i^L \mathbf{f}_i^L \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{T}_i^R \mathbf{f}_i^R \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

여기서, $\mathbf{T}_i^L$ 과 $\mathbf{T}_i^R$ 을 각각 절점 i 의 좌측과 우측의 영향계수행렬(크기는 2×2)이라 부른다.

2.2.2 영향계수행렬의 전달

Fig. 2와 같이 압축과 굽힘하중을 받고 있는 i 번째 보요소에 대한 전달행렬⁵⁾은 식 (3)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{d}_i \\ \mathbf{f}_i^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{i-1} \\ \mathbf{f}_{i-1}^R \end{bmatrix} \quad (3)$$

식 (3)의 부분행렬($\mathbf{A}_i$, $\mathbf{B}_i$, $\mathbf{C}_i$, $\mathbf{D}_i$)은

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} 1 & l_i(\sin \alpha)/\alpha \\ 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}, \\ \mathbf{B}_i &= \frac{1}{EJ} \begin{bmatrix} -l_i^3(\alpha - \sin \alpha)/\alpha^3 & l_i^2(1 - \cos \alpha)/\alpha^2 \\ -l_i^2(1 - \cos \alpha)/\alpha^2 & l_i(\sin \alpha)/\alpha \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -F_c l_i(\sin \alpha)/\alpha \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_i &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -l_i(\sin \alpha)/\alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, l_i 은 i 번째 보요소의 길이, E 는 보의 탄성계수, J 는 단면의 관성모멘트, F_c 는 압축하중, 그리고 $\alpha = \sqrt{F_c/EJ}$ 이다.

식 (2)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식과 식 (1) 그리고 식 (3)으로부터 i 번째 보요소 좌우측의 영향계수행렬의 전달식을 식 (5)와 같이 구할 수 있고, 이 식을 필드(field) 전달식이라 부른다.

$$\mathbf{T}_i^L = \mathbf{H}_i \mathbf{G}_i^{-1} \quad (5)$$

여기서,

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{T}_{i-1}^R + \mathbf{B}_i, \quad \mathbf{G}_i = \mathbf{C}_i \mathbf{T}_{i-1}^R + \mathbf{D}_i \quad (6)$$

이다.

Fig. 3과 같이 i 번째 절점이 스프링상수가 k 인 횡방향 기초지지 스프링과 스프링상수가 K 인 회전방향 스프링으로 기초로부터 탄성적으로 지지될 경우, i 번째 절점에서 힘의 평형식은

$$\mathbf{f}_i^R = \mathbf{P}_i \mathbf{d}_i + \mathbf{f}_i^L \quad (7)$$

이 되고, 여기서

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} k_i & 0 \\ 0 & K_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

이다.

식 (1)과 식 (2)를 식 (7)에 대입하여 정리하면,

i 번째 절점 좌우측의 영향계수행렬의 전달식을 식 (9)와 같이 구할 수 있고, 이 식을 포인트(point) 전달식이라 부른다.

$$\mathbf{T}_i^R = \{(\mathbf{T}_i^L)^{-1} + \mathbf{P}_i\}^{-1} \quad (9)$$

필드 전달식인 식 (5)와 포인트 전달식인 식 (9)를 통합하면 식 (10)을 구할 수 있고, 이 식을 필드-포인트 전달식이라 부른다.

$$\mathbf{T}_i^R = \mathbf{H}_i \mathbf{W}_i^{-1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (10)$$

여기서 행렬 $\mathbf{W}_i$ 는 다음 식과 같다.

$$\mathbf{W}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{H}_i + \mathbf{G}_i \quad (11)$$

2.3 좌굴 방정식

모델링 과정에서 좌단의 경계조건을 절점 0을 지지하는 탄성 스프링으로 모델링하므로 절점 0 좌측의 힘벡터($\mathbf{f}_0^L$)는 영벡터가 된다. 따라서 식 (2)와 식 (7)의 i 대신에 0을 대입한 후 정리하면, 절점 0 우측의 영향계수행렬은 다음 식과 같다.

$$\mathbf{T}_0^R = \mathbf{P}_0^{-1} = \begin{bmatrix} 1/k_0 & 0 \\ 0 & 1/K_0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (12)를 시작으로 식 (10)의 필드-포인트 전달식을 순차적으로 n 회 적용하면 마지막 절점인 절점 n 의 영향계수행렬($\mathbf{T}_n^R$)을 구할 수 있다.

식 (2)의 i 대신에 $n-1$ 을 대입한 식과 식 (3)과 식 (5)의 i 대신에 n 을 대입한 식을 정리하면 아래 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{d}_n = \mathbf{H}_n \mathbf{f}_{n-1}^R \quad (13)$$

그리고 식 (2)와 식 (10)의 i 대신에 n 을 대입한 식과 식 (13)으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{f}_n^R = \mathbf{W}_n \mathbf{f}_{n-1}^R \quad (14)$$

모델링 과정에서 우단의 경계조건을 절점 n 을 지지하는 탄성 스프링으로 모델링하므로 절점 n 우측의 힘벡터($\mathbf{f}_n^R$)는 영벡터가 된다. 그리고 절점 $n-1$ 우측의 힘벡터($\mathbf{f}_{n-1}^R$)는 영벡터가 될 수 없으므로 식 (14)로부터 식 (15)를 유도할 수 있다.

$$|\mathbf{W}_n(F_c)| = 0 \quad (15)$$

식 (15)가 좌굴 방정식이며, 식 (15)로부터 미지수인 좌굴하중(F_c)을 계산할 수 있다.

3. 좌굴해석 결과

3.1 계산 모델 1

Fig. 4에 나타난 계산 모델은 길이 2.2 m, 단면 관성모멘트 $1.412 \times 10^{-6} \text{ m}^4$, 탄성계수 70 GPa인 직선 보로써, 경계조건은 고정-자유이다.

이 계산 모델은 단순하므로 좌굴하중을 문헌¹⁾을 통해 쉽게 구할 수 있다. 1차부터 4차까지 좌굴하중의 엄밀해를 계산하여 Table 1에 제시하였다. 동일 모델에 대하여 기존의 유한요소법으로 좌굴하중을 계산한 결과도 Table 1에 제시하였다. Table 내에서 ()는 계산에 사용된 보 요소의 개수를 의미한다. 유한요소법의 계산 결과는 계산에 사용된 보 요소의 개수를 증가할수록 엄밀해에 수렴하고 있음을 확인할 수 있었다.

동일 모델에 대하여 기존의 전달행렬법과 이 연구에서 제시한 전달영향계수법으로 좌굴하중을 계산한 결과를 Table 2에 제시하였다. 전달행렬법과 전달영향계수법의 결과는 Table 1에 제시한

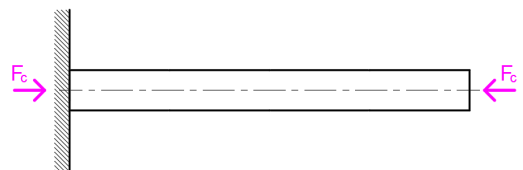


Fig. 4 Computational model 1

Table 1 Buckling loads of computational model 1 by Exact solution and FEM (unit: MN)

No.	Exact	FEM(1)	FEM(10)	FEM(100)
1	0.0504	0.0508	0.0504	0.0504
2	0.4537	0.6574	0.4537	0.4537
3	1.2601	—	1.2608	1.2601
4	2.4699	—	2.4746	2.4699

Table 2 Buckling loads of computational model 1 by TMM and TICM (unit: MN)

No.	TMM(1)	TMM(100)	TICM(1)	TICM(100)
1	0.0504	0.0504	0.0504	0.0504
2	0.4537	0.4537	0.4537	0.4537
3	1.2601	1.2601	1.2601	1.2601
4	2.4699	2.4699	2.4699	2.4699

엄밀해와 완전히 일치하였다. 그리고 전달행렬법과 전달영향계수법은 유한요소법과는 달리 보 요소의 개수와 상관없이 항상 동일한 결과를 제공하므로 계산의 유효성을 확인할 수 있었다.

3.2 계산 모델 2

Fig. 5에 나타난 두 번째 계산 모델은 경계조건이 단순지지이고, 치수 및 물성치는 첫 번째 계산 모델과 동일하다.

두 번째 계산 모델도 단순하므로 이 모델의 좌굴하중을 문헌¹⁾을 통해 쉽게 구할 수 있다. 1차부터 4차까지 좌굴하중의 엄밀해를 Table 3에 제시하였다. 동일 모델에 대하여 기존의 유한요소법으로 좌굴하중을 계산한 결과도 Table 3에 제시하였다. 유한요소법의 계산 결과는 사용된 보 요소의 개수를 증가할수록 엄밀해에 수렴하고 있음을 재차 확인할 수 있었다.

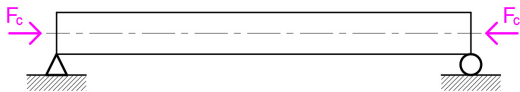


Fig. 5 Computational model 2

Table 3 Buckling loads of computational model 2 by Exact solution and FEM (unit: MN)

No.	Exact	FEM(1)	FEM(10)	FEM(100)
1	0.2016	0.2451	0.2016	0.2016
2	0.8065	1.2257	0.8067	0.8065
3	1.8146	—	1.8165	1.8146
4	3.2260	—	3.2363	3.2260

Table 4 Buckling loads of computational model 2 by TMM and TICM (unit: MN)

No.	TMM(1)	TMM(100)	TICM(1)	TICM(100)
1	0.2016	0.2016	0.2016	0.2016
2	0.8065	0.8065	0.8065	0.8065
3	1.8146	1.8146	1.8146	1.8146
4	3.2260	3.2260	3.2260	3.2260

동일 모델에 대하여 전달행렬법과 전달영향계수법으로 좌굴하중을 계산한 결과를 Table 4에 제시하였다. 전달행렬법과 전달영향계수법의 결과는 Table 3에 제시한 엄밀해와 완전히 일치하였고, 유한요소법과는 달리 보 요소의 개수와 상관없이 항상 동일한 결과를 제공하므로 계산의 유효성을 재차 확인할 수 있었다.

3.3 계산 모델 3

Fig. 6에 나타난 세 번째 계산 모델은 경계조건이 단순지지이고, 중앙에 하나의 횡방향 탄성 스프링(스프링상수 $k = 10^6$ N/m)으로 기초로부터 탄성지지된 직선 보이다. 그 외 치수 및 물성치는 첫 번째 계산 모델과 동일하다.

세 번째 계산 모델에 대하여 1차부터 4차까지 좌굴하중을 유한요소법, 전달행렬법, 전달영향계

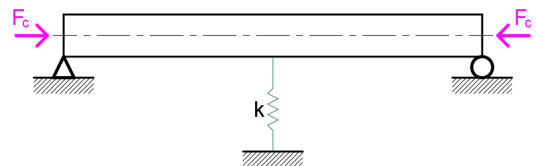


Fig. 6 Computational model 3

Table 5 Buckling loads of computational model 3 by FEM, TMM and TICM (unit: MN)

No.	FEM(10)	FEM(100)	TMM(2)	TICM(2)
1	0.6273	0.6272	0.6272	0.6272
2	0.8067	0.8065	0.8065	0.8065
3	1.8834	1.8814	1.8814	1.8814
4	3.2363	3.2260	3.2260	3.2260

수법으로 계산한 결과를 Table 5에 제시하였다. 2개의 보요소로 모델하여 계산한 전달행렬법과 전달영향계수법의 결과는 일치하였고, 100개의 직선 보요소로 분할하여 모델링한 유한요소법의 결과와도 잘 일치하였다.

3.4 계산 모델 4

Fig. 7에 나타난 네 번째 계산 모델은 경계조건이 단순지지이고, 중앙에 경탄성지지를 갖는다. 그 외 치수 및 물성치는 첫 번째 계산 모델과 동일하다. 경탄성지지를 유한요소법에서는 중앙 절점의 횡방향 변위를 구속으로 처리하였다. 전달행렬법과 전달영향계수법에서는 횡방향 탄성 스프링(스프링상수 $k = 10^{20}$ N/m)으로 모델링하였다.

네 번째 계산 모델에 대해 1차부터 4차까지 좌굴하중을 유한요소법, 전달행렬법, 전달영향계수법으로 계산한 결과를 Table 6에 제시하였다. 100

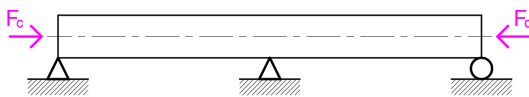


Fig. 7 Computational model 4

Table 6 Buckling loads of computational model 4 by FEM, TMM and TICM (unit: MN)

No.	FEM(10)	FEM(100)	TMM(2)	TICM(2)
1	0.8067	0.8065	0.8065	0.8065
2	1.6513	1.6499	1.6502	1.6499
3	3.2363	3.2260	×	3.2260
4	4.9109	4.8767	×	4.8767

개의 직선 보요소로 분할하여 모델링한 유한요소법의 결과와 2개의 보 요소로 모델링한 전달영향계수법의 결과가 잘 일치하였다. 그러나 전달행렬법은 계산 도중에 수치적인 불안정이 발생하여 계산을 제대로 수행하지 못했다.

4. 결 론

이 연구에서는 영향계수의 전달을 기반으로 탄성지지된 직선 보의 좌굴하중을 구하는 좌굴해석 알고리즘을 개발하여 정식화하였다. 그리고 이 알고리즘을 기반으로 좌굴해석용 전산 프로그램을 만든 후, 기존의 엄밀해, 유한요소법 그리고 전달행렬법의 결과와 비교하였다.

고정-자유 및 단순지지 경계조건을 갖는 직선 보를 대상으로 좌굴하중을 계산한 결과, 이 연구에서 제시한 전달영향계수법의 계산 결과가 엄밀해 및 전달행렬법의 결과와 완전히 일치하였고, 다수의 보요소로 모델링한 유한요소법의 결과와도 일치하였다. 중간에 탄성 스프링으로 지지된 직선 보에 대해서도 전달영향계수법의 계산 결과가 전달행렬법의 결과와 잘 일치하였고, 다수의 보요소로 모델링한 유한요소법의 결과와도 일치하였다.

이산계 모델링만 사용하는 유한요소법은 계산 모델에 사용된 보 요소의 분할수를 증가할수록 계산 정도가 우수함을 알 수 있었다. 반면에 분포계 모델링을 사용할 수 있는 전달행렬법과 전달영향계수법은 최소한의 보 요소 분할수를 사용하 고도 우수한 계산 정도를 유지할 수 있었다. 그리고 전달행렬법은 직선 보의 중간에 스프링상수 값이 아주 큰 스프링(경탄성지지)이 존재할 경우에 수치계산이 불안정해지면서 좌굴하중을 제대로 구할 수 없었다. 그러나 전달영향계수법은 이러한 모델에 대해서도 정확한 계산 결과를 안정적으로 도출하였다.

따라서 이 연구에서 제안한 전달영향계수법은 탄성지지를 갖는 직선 보의 좌굴해석에서 신뢰성 있고 효과적인 해석 기법임을 확인할 수 있었다.

Author contributions

M. S. Choi; Investigation, Software, Visualization, Writing-original draft. K. U. Yang; Conceptualization, Methodology, Validation, Writing-review & editing.

References

1. A. Bedford and K. M. Liechti, 2020, "Mechanics of Materials 2nd Edition", Springer, Switzerland, 729-766.
(<https://doi.org/10.1007/978-3-030-22082-2>)
2. J. W. Lee, 2024, "Free Vibration and Buckling Load of Width-Tapered Beams with Axial Force", Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A, 48(12), 831-837.
(DOI:10.3795/KSME-A.2024.48.12.831)
3. J. E. Akin, 2023, "Finite Element Analysis with Numeric and Symbolice Matlab", World Scientific, New Jersey, 565-578.
4. J. W. Kim and S. K. Yoon, 1996, "The Study on the Behavior of Buckling of Laterally Reinforced Columns by Finite Element Method", Journal of the Architectural Institute of Korea, 12(7), 245-252.
5. E. C. Pestel and F. A. Leckie, 1963, "Matrix Methods in Elastomechanics", McGRAW-HILL, New York, 369-374.
6. S. K. Yoon and S. S. Kim, 1986, "Stability Analysis of Thin-Walled Members by Transfer Matrix", Journal of the Architectural Institute of Korea, 2(5), 71-78.
7. J. Moon, K. Y. Yoon, T. H. Lee and H. E. Lee, 2009, "Lateral-Torsional Buckling Strength of Parabolic Arches", KSCE Journal of Civil and Environmental Engineering Research, 29(2A), 145-153.
8. H. Lee, Y. Kim and J. Park, 2019, "Thermal Buckling Characteristics for Thermal Protection System Panel Using Ritz Method", Journal of Aerospace System Engineering, 13(1), 18-28.
(<https://doi.org/10.20910/JASE.2019.13.1.18>)
9. B. He, D. Liu, J. Long, L. Ma and P. Ma, 2019, "A high order finite strip transfer matrix method for buckling analysis of single-branched cross-section thin-walled members", Thin-Walled Structures, 135, 1-11.
(<https://doi.org/10.1016/j.tws.2018.10.017>)
10. M. S. Choi and D. J. Yeo, 2017, "Free Vibration Analysis of Double Cylindrical Shells Using Transfer of Influence Coefficient", Journal of the Korean Society for Power System Engineering, 21(5), 48-54.
(<https://doi.org/10.9726/kspse.2017.21.5.048>)
11. M. S. Choi, M. J. Kim and D. J. Yeo, 2021, "Out-of-Plane Free Vibration Analysis of Timoshenko Arcs with Elastic Supports", Journal of the Korean Society for Power System Engineering, 25(6), 5-12.
(<https://doi.org/10.9726/kspse.2021.25.6.005>)