

호스에 구속되어 비행하는 워터제트형 드론의 LMI 기반 로버스트 제어계 설계에 관한 연구

LMI Based Robust Control System Design for a Water-jet Type Drone Tethered to Water Supply Horse

김창우* · 흰틴** · 김영복*** †

Chang-Woo Kim*, Thinh Huynh** and Young-Bok Kim*** †

(Received 12 November 2024, Revision received 21 January 2025, Accepted 23 January 2025)

초록 : 본 논문에서는 호스가 연결된 상태에서 비행하면서 이동하는 워터제트 방식의 화재진압용 드론의 운동제어기법에 대해 소개한다. 화재진압용 장치이기 때문에 프로펠러 동작에 따른 바람의 영향으로 화재상황을 더욱 악화시키는 것을 방지하기 위해 워터제트 추진장치를 액추에이터로 도입하였다. 그리고 화재발생 영역까지 진입하여 조기진압이 가능하도록 하는 등 여러 가지 유용한 목적을 달성할 수 있도록 설계되었다. 제어기 설계를 위한 모델링 과정에서는, 제어입력 포화에 따른 문제뿐만 아니라, 비행체에 연결된 공급수 호스가 미치는 영향 및 소화수 분사에 따른 반발력 등도 고려하였다. 운용 환경에서 발생할 수 있는 특징적인 요소를 충분히 감안하였고, 이러한 불확실성에 강인하게 대응하면서 최적의 제어성능을 확보할 수 있도록 LMI(Linear Matrix Inequality) 제어기법으로 제어기를 설계하였다. 시뮬레이션을 통해 제안하는 장치의 기본 성능과 제어기법의 유효성을 검증하였다.

키워드 : 드론, 워터-제트, 입력제한, LMI, 로버스트 제어

Abstract : This paper presents a water jet-propelled motion control system for a drone-type firefighting device tethered to a water supply hose. Unlike propeller-driven drones, this system minimizes fire-worsening airflow and supports operations like navigating fire zones and early suppression. The system is specifically designed for firefighting applications, enabling critical operations such as navigating fire-prone areas and facilitating early fire suppression. The controller design process incorporates comprehensive modeling to address key challenges, including control input saturation, the dynamic effects of the attached water supply hose, and backlash caused by the fire-extinguishing water jet. To ensure robust and optimal performance under uncertain operational conditions, the controller is developed using the Linear Matrix Inequality (LMI) method. Simulation studies validate the proposed system's basic performance and demonstrate the effectiveness of the control method.

Key Words : Drone, Water Jet, Input Saturation, LMI (linear matrix inequality), Robust Control

*** † 김영복(<https://orcid.org/0000-0001-6035-6744>) : 교수, 국립부경대학교 기계시스템공학전공
E-mail: kpijwoo@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6197
*김창우(<https://orcid.org/0000-0002-3553-8383>) : 교수, 한국해양수산연수원 오션폴리텍수산팀
**흰틴(<https://orcid.org/0000-0001-7329-8432>) : 교수, 국립부경대학교 스마트모빌리티공학과

*** † Young-Bok Kim(<https://orcid.org/0000-0001-6035-6744>) : Professor, Major of Mechanical System Engineering, Pukyong National University.
E-mail: kpijwoo@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6197
*Chang-Woo Kim(<https://orcid.org/0000-0002-3553-8383>) : Professor, Ocean Polytech(Fisheries) Team, Korea Institute of Maritime and Fisheries Technology.
**Thinh Huynh(<https://orcid.org/0000-0001-7329-8432>) : Professor, Department of Smart Mobility Engineering, Pukyong National University.

1. 서 론

선박추진 방식 중 하나인 워터제트방식은 선내에 설치된 스크류 프로펠러의 회전으로 선저 취수구에서 빨아들인 물을 선외로 분사하며 추력을 발생시키는 장비이다. 워터제트 추진장치는 선박뿐만 아니라 다양한 분야에서 활용되고 있다. 이러한 장비는 기본적으로 펌프, 호스 및 이송용 몸체로 구성된다. 몸체 운동은 물 분사에 의해 발생하는 추력의 조절로 제어되며, 다양한 방향과 속도 및 위치조절이 가능해진다. 그러나 이런 장치의 운동제어는 거의 수동조작으로 수행되고, 심지어 사용자의 경험에 의존해야 활용이 가능할 정도이다.

레저 외 특수한 목적으로 워터제트 추진장치를 액추에이터로 활용하는 예도 있다. Liu 등은 nozzle-gimbaled 및 flow-regulated mechanism을 병합한 형태의 부상장치를 구성하였다.^{1,2)} 또한 Ando 등은 노즐로 분사 유량을 조절하는 방식을 적용한 소화장치를 개발하였다.^{2,3)} 그러나 위에 소개한 장치의 공통적인 문제점은, 비최소위상(non-minimum phase) 시스템의 특성을 갖는다는 것과 조종성이 현저히 떨어진다는 것이다.

이러한 문제점을 극복할 수 있는 방법이 적용된 공중 이동식 소화수 분사 장치가 개발되었으나 운용상에 수반되는 다양한 내외적 요인을 고려하지 않았다.^{4,5)} 즉, 워터제트 추진방식이므로 비행장치는 호스를 통해 물이 공급되지만, 호스 운동에 대한 고려가 없다. 또한 소화수 분사에 따른 반발력의 영향도 고려하지 않고 있다. 이것은 비행안정성을 좌우하는 가장 중요한 사항이므로 모델링 및 제어계 설계 시에 반드시 반영되어야 한다.⁶⁻¹²⁾

그래서 본 연구에서는 비행체가 호스에 구속되어 운동하는 워터제트 방식 소화수 분사 장치의 운동제어문제에 대해 고찰한다. 이때 비행체 운동은 공급 수량과 4개 노즐의 회전 각도를 제어하는 방식을 고려한다. 아울러, 비행체 헤드부 운동에 미치는 호스 영향뿐만 아니라, 간섭입력, under-actuation 특성 등도 모델링과 제어계 설계에 반영하도록 한다. 제어계는 상태피드백 제어계를 설계

하는 것을 기본으로 하고, 가능한 다양한 제약조건을 만족하도록 LMI 기법을 이용한다. 마지막으로 시뮬레이션을 통해 제안하는 기법의 유효성을 검증하도록 한다.

2. 모델링

2.1 시스템 표현을 위한 준비

본 연구에서 고안한 비행하는 소화장치를 Fig. 1에 나타내었다. 앞서 설명한 것과 같이, 장치의 기본 구성은 펌프, 호스 및 소화수를 분사하는 비행체로 이루어진다. 펌프로부터 호스를 통해 소화수를 포함한 조절수가 공급된다. 비행체 운동은 4개의 노즐로 분사되는 분사량을 제어하여 조종된다. 화재진압을 위한 소화수 분사방법은 다양하게 고려할 수 있다. 예를 들어 비행 시작 단계부터 일정한 양을 분사함으로써 반발력을 억제하는 방법과 필요 시에 분사하는 방법도 고려할 수 있다. 그러나 본 연구에서는 일반성을 고려하여 실제 소화작업 시작 시점에 분사하는 경우를 고려한다.

2.2 시스템 모델링

장치 모델링을 위해 Fig. 1에 나타낸 것과 같이 좌표계를 정리한다. 즉, XYZ 는 지구고정좌표계, $X_b Y_b Z_b$ 는 물체고정좌표계를 나타낸다.

그리고 호스를 통해 이동하는 공급수의 유량변화는 충분히 작다고 가정한다. 헤밀턴의 정리로부터 공급수 호스에 대한 지배방정식은 다음 식으로 구해진다.^{13,14)}

$$(m_p + \rho A_h) \ddot{\mathbf{X}}(s, t) = -\boldsymbol{\mu}_s \dot{\mathbf{X}}(s, t) - \dot{m}_h^2(t) \mathbf{X}''(s, t) / \rho A_h (1) \\ - 2\dot{m}_h(t) \dot{\mathbf{X}}(s, t) - EI \mathbf{X}''''(s, t) \\ + \mathbf{F}_s(t) \delta_{Z_s} + (m_p + \rho A_h) \mathbf{g}$$

이때의 경계조건은

$$\mathbf{F}_p(t) + p_h A_h \mathbf{X}'(L, t) - EI \mathbf{X}''(L, t) = 0, \quad (2) \\ \mathbf{F}_0(t) - m_h \dot{\mathbf{X}}(0, t) - EI \mathbf{X}''(0, t) = 0, \\ \tau_p(t) - EI \mathbf{X}''(L, t) = 0, \\ \mathbf{X}''(L, t) = \mathbf{X}'(0, t) = 0$$

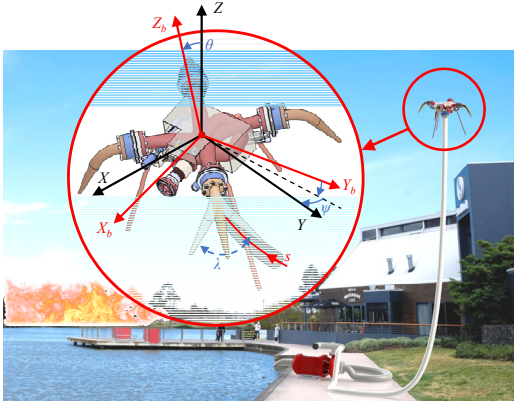


Fig. 1 Design of the water-powered tethered drone and coordinates system definition

이고, $\mathbf{X}(s,t) = [X(s,t) \ Y(s,t) \ Z(s,t)]^T$ 는 시각 t , 좌표 s 에서의 호스 element를 의미한다. 따라서, $\mathbf{X}(0,t)$ 는 펌프 토출구, 즉 호스 시작점, $\mathbf{X}(L,t)$ 는 호스 끝단, 즉 비행체와 연결되는 위치를 의미한다.^{15,16)}(L 은 호스 길이)

위 식 (2)에서, $(*)$ 는 시간 미분, $(*)'$ 은 좌표 s 에 대한 미분을 의미한다. 또한

$\dot{m}_h(t)$: 호스를 통해 흐르는 물의 질량유량

ρ : 밀도

p_h : 호스 종단압력

A_h : 호스 내부 단면적

m_p : 단위 길이당 호스 질량

μ_s : 호스가 갖는 댐핑계수 행렬

EI : 호스 휨강성

$\mathbf{F}_p(t), \boldsymbol{\tau}_p(t)$: 호스에 작용하는 외력 및 토크

$\mathbf{F}_0(t)$: 펌프 토출구에서의 호스 holding force

$\mathbf{F}_r(t)$: 주위와의 상호작용력

한편, 비행체 본체 내를 흐르는 유체의 모멘트 변화로 발생하는 힘 $\mathbf{F}_{hb}(t)$ 와 토크 $\boldsymbol{\tau}_{hb}(t)$ 는 다음과 같이 계산된다.¹⁷⁾

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{hb}(t) &= -\sum_{i=1}^4 \dot{m}_i^2(t) \mathbf{n}_{ib}(t) / \rho A_i + \dot{m}_h^2(t) \mathbf{X}'_{hb}(L,t) / \rho A_h, \\ \boldsymbol{\tau}_{hb}(t) &= -\sum_{i=1}^4 \mathbf{r}_{ib} \times \dot{m}_i^2(t) \mathbf{n}_{ib}(t) / \rho A_i \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, 하첨자 ' b '는 물체고정좌표계가 기준좌표라는 것을 의미한다. 또한

$\dot{m}_i$: 각 노즐 유량

A_i : 노즐 유출구 단면적

$\mathbf{n}_i(t), \mathbf{r}_i(t)$: 노즐 끝단에서의 법선, 위치 벡터

본 연구에서는, 노즐 간의 고저차 및 손실계수 등은 무시하며, 각 노즐로 분사되는 유량 차이는 없다고 가정한다. 그래서 노즐각도 조절로 비행체의 방향과 위치가 변한다고 하면 위에 설명한 내용은 다음 식들의 관계로 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{m}_i(t) &= \frac{\dot{m}_h(t)}{4}, \quad \mathbf{n}_{ib}^{\lambda_i}(t) = \mathbf{R}_{\lambda_i}^0(t) \mathbf{n}_{ib}^0(t), \\ \mathbf{r}_{ib}^{\lambda_i}(t) &= \mathbf{r}_{ib}^0 + d \hat{\mathbf{n}}_{ib}^{\lambda_i}(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서, $\lambda_i (\lambda_{\min} < \lambda_i < \lambda_{\max})$ 는 각 노즐의 회전량, $\mathbf{R}_{\lambda_i}^0$ 는 이에 대한 변환행렬을 나타낸다. $\hat{\mathbf{n}}_i^0$ 는 i 번째 노즐이 회전하지 않은 초기 상태에서, 토출구 끝단에서 만들어지는 법선벡터, 이에 대해 $\hat{\mathbf{n}}_i^{\lambda_i}$ 는 λ_i 만큼 회전한 상태에서의 법선벡터이다. $\mathbf{r}_i^0$ 는 노즐 회전중심의 위치벡터이고, d 는 회전중심에서 토출구 끝단까지의 거리를 나타낸다.

제어대상에 대한 강제역학, 식 (2)로 주어진 경계조건, 노즐 회전운동에서의 근사화 등을 기반으로 하면, 호스 천이 $\mathbf{X}(L,t)$, 비행체 회전 $\varphi(t)$ 로부터 다음 식이 구해진다.

$$\begin{aligned} M_h \ddot{\mathbf{X}}(L,t) &= \frac{\sqrt{2} \dot{m}_h^2 \cos \sigma}{32 A_h \rho} \mathbf{R}_E^b(t) \mathbf{U}_X(t) \\ &\quad + EI \mathbf{X}''(L,t) + M_h \mathbf{g} + \frac{\dot{m}_h^2}{\rho A_h} \mathbf{X}'(L,t) \\ &\quad + \mathbf{d}_X(t), \\ J_h \ddot{\varphi}(t) &= -\frac{\sqrt{2} \dot{m}_h^2 \cos \sigma}{32 A_h \rho} h_0 \mathbf{R}_{Euler}(t) \mathbf{U}_\varphi(t) \\ &\quad + EI \cdot \mathbf{X}''(L,t) + \mathbf{d}_\varphi(t) \end{aligned} \quad (5)$$

이때,

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_X(t) &= [U_\theta(t) \ U_\phi(t) \ U_Z]^T, \ U_z(t) = 8/\sqrt{2}, \quad (6) \\ \mathbf{U}_\varphi(t) &= [U_\varphi(t) \ U_\theta(t) \ U_\psi]^T \\ &= \mathbf{T}[\lambda_1(t) \ \lambda_2(t) \ \lambda_3(t) \ \lambda_4(t)]^T, \\ \mathbf{T} &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ h_0 & h_0 & h_0 & h_0 \\ l_0+w_0 & l_0+w_0 & l_0+w_0 & l_0+w_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

식 (5)와 식 (6)에서, $[l_0 \ w_0 \ h_0]^T = \mathbf{r}_{lb}^0$, σ 는 수직축과 노즐 간의 예각, $\mathbf{R}_E^b$ 는 고정좌표에서 기준좌표계로의 변환행렬, $\mathbf{R}_{Euler}$ 는 각속도를 오일러 각속도로 나타내기 위한 변환행렬이다. 그리고 $\mathbf{d}_X(t)$, $\mathbf{d}_\varphi(t)$ 에는 외란이나 고차항 등 정형화하기 힘든 기타 특성이 모두 포함되어 있다고 보면 된다.

3. 제어기 설계

3.1 선형화

앞서 기술하였듯이, 공급수가 흐르는 호스는 요동현상이 없는 안정적인 상태가 유지된다고 가정한다. 이럴 경우, 호스에 연결된 결과로 비행체 운동에 미치는 영향 $EI \cdot \mathbf{X}''(L, t)$, $EI \cdot \mathbf{X}'(L, t)$ 는 유한한 값을 가지게 되고, 이것을 외란으로 간주한다. 이것으로부터 비행체 운동에 대한 상태공간 표현은 다음 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{X}}}(t) &= \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}\bar{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{D}(t), \\ \mathbf{Y}(t) &= \mathbf{C}\bar{\mathbf{X}}(t) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, 상태벡터, 입력벡터 및 출력벡터는 각각 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}(t) &= [\mathbf{X}^T(L, t) - \mathbf{X}_0^T \ \varphi^T(t) \ \dot{\mathbf{X}}^T(L, t) \ \dot{\varphi}^T(t)]^T, \\ \mathbf{U}(t) &= [\dot{m}_h(t) - \dot{m}_{h0} \ \lambda_1(t) \ \lambda_2(t) \ \lambda_3(t) \ \lambda_4(t)]^T, \\ \mathbf{Y} &= [\mathbf{X}^T(L, t) - \mathbf{X}_0^T \ \psi]^T, \ \mathbf{X}_0 = [0 \ 0 \ Z_0]^T \end{aligned} \quad (8)$$

여기서, Z_0 는 비행체 목표고도, $\dot{m}_{h0}$ 는 목표 고도를 유지하기 위해 필요한 유량이다. 따라서, 선형화는 $(Z_0, \dot{m}_{h0})$ 를 평형점으로 실시하였다. 식

(5)의 운동방정식에 대해 리아푸노프 선형화 정리를 적용하면 식 (7)의 행렬식은 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_6 & \mathbf{I}_6 \\ \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_1 = \frac{\dot{m}_{h0}^2 \cos \sigma}{4A_n M_h \rho} \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 3} & \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{O}_{2 \times 1} \\ \mathbf{O}_{4 \times 6} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\dot{m}_{h0} \sigma_2}{M_h} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\dot{m}_{h0} \sigma_2}{M_h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\dot{m}_{h0} \sigma_2}{J_{xx}} & 0 & -\frac{\sigma_3}{J_{xx}} & 0 & 0 \\ -\frac{\dot{m}_{h0} \sigma_2}{J} & & & & & \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{6 \times 4} & & & & & \\ 0 & \sigma_6 & \sigma_6 & -\sigma_6 & -\sigma_6 & \\ 0 & -\sigma_6 & \sigma_6 & \sigma_6 & -\sigma_6 & \\ \frac{\dot{m}_{h0} c_\delta}{2A_n M_h \rho} & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & \sigma_7/J_{xx} - \sigma_7/J_{xx} & -\sigma_7/J_{xx} & \sigma_7/J_{xx} & & \\ 0 & \sigma_7/J_{yy} & \sigma_7/J_{yy} & -\sigma_7/J_{yy} & -\sigma_7/J_{yy} & \\ 0 & \sigma_8 & \sigma_8 & \sigma_8 & \sigma_8 & \end{bmatrix}, \quad (9) \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_3 & \mathbf{O}_{3 \times 9} \\ \mathbf{O}_{1 \times 5} & \mathbf{I}_{4 \times 6} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

여기서,

$$\sigma_1 = \dot{m}_{h0}(l_0 + \sqrt{2} d \cos \sigma / 2)^2, \sigma_2 = h_0 - d \cos \sigma, \\ \sigma_3 = \dot{m}_{h0}(w_0 + \sqrt{2} d \cos \sigma / 2)^2, \sigma_4 = \dot{m}_{h0} \sigma_2^2 + \sigma_3,$$

$$\sigma_5 = \dot{m}_{h0} \sigma_2^2 + \sigma_1, \sigma_6 = \frac{\sqrt{2} \dot{m}_{h0}^2 \cos \sigma}{32 A_n M_h \rho},$$

$$\sigma_7 = \frac{\sqrt{2} \dot{m}_{h0}^2 h_0 c_\delta}{32 A_n \rho}, \sigma_8 = \frac{\sqrt{2} \dot{m}_{h0}^2 c_\delta (l_0 + w_0)}{32 A_n J_{zz} \rho}$$

(10)

이고, 앞에서 설명한 것과 같이 비선형특성 및 외란은 행렬 $\mathbf{D}(t)$ 에 포함되어 있다.

3.2 제어기 설계

제어기 설계의 목적은, 비행체가 화재발생지점까지 신속하고 정확하게 이동하고, 소화수를 안정적으로 분사하도록 하는 것이다. 목표로 하는 출

력, 즉, 목표로 하는 고도, 위치 및 비행체 선회각도를 $Y_d(t)$ 라 두면, 다음의 서보계를 안정화하는 것으로 위에 제어기 설계목표를 달성하게 된다.

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{X}}(t) &= \tilde{A}\tilde{X}(t) + \tilde{B}\tilde{U}(t) + B_d D(t), \\ \tilde{Y}(t) &= \tilde{C}\tilde{X}(t)\end{aligned}\quad (11)$$

여기서,

$$\begin{aligned}\tilde{X}(t) &= [\bar{X}(t) \ e(t)]^T, \dot{e}(t) = Y_d(t) - Y(t) \\ \tilde{A} &= \begin{bmatrix} A & O_{12 \times 4} \\ -C & O_4 \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} B \\ O_4 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} O_{6 \times 10} \\ I_{10} \end{bmatrix}, \\ \tilde{C} &= \begin{bmatrix} O_{2 \times 3} & I_2 & O_{2 \times 11} \\ O_{10 \times 6} & & I_{10} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (12)$$

결과적으로 다음식의 상태피드백 제어계를 설계하면 된다.(Fig. 2 참조)

$$\begin{aligned}\tilde{U}(t) &= -K_f \bar{X}(t) + K_g e(t), \\ [\lambda_1(t) \ \lambda_2(t) \ \lambda_3(t) \ \lambda_4(t)]^T &= T^+ U_\phi(t), \\ T^+ &= T^T (T T^T)^{-1}\end{aligned}\quad (13)$$

여기서, K_f, K_g 는 LMI 기법을 이용하여 체계적으로 최적의 조건을 만족하는 이득을 구할 수 있다. 이것은 다음의 선형행렬부등식의 해를 구하면 된다.

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}Q + Q\tilde{A}^T + \tilde{B}Z + Z^T \tilde{B}^T & B_d & Q\tilde{C}^T \\ B_d & & \\ \tilde{C}Q & & O - \gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

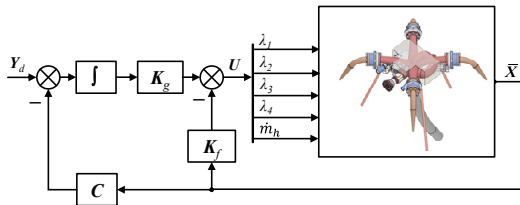


Fig. 2 Schematic drawing of the proposed control system

$$Q > 0, \begin{bmatrix} 1 & \bar{X}_0^T \\ \bar{X}_0 & Q \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} U_s^T U_s Z \\ Z^T Q \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

이때, $U_s = \begin{bmatrix} \dot{m}_{hc} - \dot{m}_{h0} & 0_{i \times 4} \\ 0_{4 \times 1} & \lambda_{\max} I_4 \end{bmatrix}$ 이고, $\dot{m}_{hc}$ 는 불안정한 호스 요동이 일어나지 않도록 하는 임계유속, $\lambda_{\max}$ 는 노즐의 최대 회전각을 나타낸다. 이러한 조건으로부터 위 식 (14)의 선형행렬부등식의 해를 구하면 제어기의 이득은 다음과 같이 계산된다.

$$[-K_f \ K_g] = ZQ^{-1} \quad (16)$$

이것으로부터, 식 (14)가 bounded real lemma 라는 것을 알 수 있으며, 이것은 제어계가 다음의 H_∞ 노름 조건을 만족하는 것과 동가이다.¹⁸⁾

$$\left\| \begin{bmatrix} A - BK_f & BK_g \\ -C & O \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{B} \\ O_{12 \times 13} \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (17)$$

또한 식 (15)의 부등식은 다음과 같이 주어지는 제어입력에 대한 제약조건을 만족한다는 것을 의미한다.¹⁸⁾

$$\begin{aligned}\max_i |\dot{m}_{hm}(t)| &< \dot{m}_{hc} \\ \max_i |\lambda_i(t)| &< \lambda_{\max}, i = 1 \sim 4\end{aligned}\quad (18)$$

결론적으로, (17) 및 (18)의 부등식이 성립하면, 설계된 제어계의 로버스트성 및 제어입력에 대한 제약조건이 자동적으로 보장된다는 것을 의미한다.¹⁹⁾

4. 시뮬레이션

설계된 제어계의 제어성능 평가는 시뮬레이션을 통해 수행하였다.

비교평가를 위해 Fig. 3에 PID 제어기를 적용한 경우를 나타내고 있다. 제어대상인 비행체, 즉 공

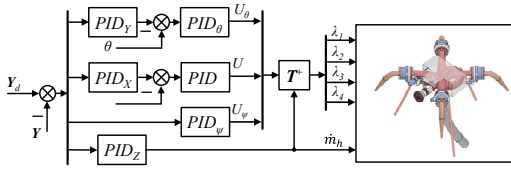


Fig. 3 Comparative cascade PID control system

급수 호스가 연결된 상태에서 이동하는 제어대상의 규격은 Table 1에 정리하였다. 그리고, 비교평가를 위한 PID 제어계 이득과 본 연구에서 제안하는 제어계의 이득은 Table 2에 나타내었다.

이러한 준비 아래, 설정된 경로(스텝 및 사인파)를 어떻게 추종하는지를 제어성능 평가기준으로 설정하였다.

먼저 스텝상 입력에 대한 추종성능을 Fig. 4에 나타내었다. 설정경로는 상승한 후 직진방향으로 이동, 좌측 혹은 우측으로 방향전환 후 직진운동하는 형태로 주어졌다. 상승과 방향전환은 스텝상

Table 1 Pilot model specifications

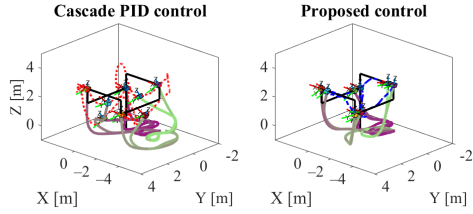
Parameter	Notation	Value
Mass [kg]	m_h	2.55
Inertia matrix [kg.m ²]	J_h	$10^{-3} \begin{bmatrix} 32 & 2 & -1 \\ 2 & 38 & -1 \\ -1 & -1 & 39 \end{bmatrix}$
Dimensions [mm]	l_o, w_o, h_o, d	150, 150, 50, 80
Incline of nozzles [rad]	σ	$\pi/6$
Cross area of hose and nozzles' outlet [mm ²]	A_h, A_n	1962.5, 12.6
Critical flow rate [kg/s]	$\dot{m}_{hc}$	7.5
Maximum rotation of nozzles [rad]	λ_{max}	$\pi/2$
Hose's stiffness [Nm/rad]		2.865
Hose's damping [Nms/rad]		0.287
Water density [kg/m ³]	ρ	1000

Table 2 Controllers' parameters

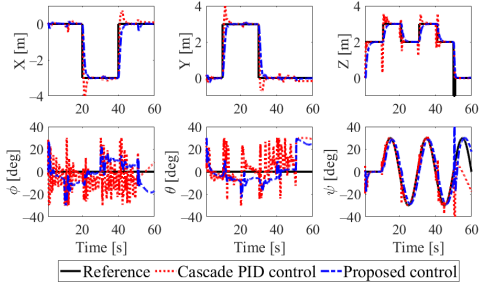
Controller	Parameters
Cascade PID	$PID_x: K_P = 1.91, K_I = 1.48, K_D = 0.75,$ $PID_y: K_P = 1.87, K_I = 1.48, K_D = 0.74,$ $PID_z: K_P = 3.98, K_I = 3.46, K_D = 0.93,$ $PID_\phi: K_P = 10.2, K_I = 0, K_D = 0.3,$ $PID_\theta: K_P = 11, K_I = 0, K_D = 0.3,$ $PID_\psi: K_P = 4.55, K_I = 3.52, K_D = 0.13$
Proposed	$K_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6.44 & 0 \\ 4.25 & -4.17 & 0 & -0.59 \\ 4.25 & 4.17 & 0 & -0.59 \\ -4.25 & 4.17 & 0 & -0.59 \\ -4.25 & -4.17 & 0 & -0.59 \end{bmatrix},$ $K_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 6.99 & 0 & 0 & 0 \\ 4.87 & -4.78 & 0 & 4.79 & 4.9 & -0.64 \\ 4.87 & 4.78 & 0 & -4.79 & 4.9 & -0.64 \\ -4.87 & 4.78 & 0 & -4.79 & -4.9 & -0.64 \\ -4.87 & -4.78 & 0 & 4.79 & -4.9 & -0.64 \\ 0 & 0 & 1.02 & 0 & 0 & 0 \\ 1.14 & -1.11 & 0 & 0.05 & 0.04 & -0.08 \\ 1.14 & 1.11 & 0 & -0.05 & 0.04 & -0.08 \\ -1.14 & 1.11 & 0 & -0.05 & -0.04 & -0.08 \\ -1.14 & -1.11 & 0 & 0.05 & -0.04 & -0.08 \end{bmatrix}$

목표신호를 따르도록 설정하였다. 그림에서 (a)는 쉽게 이해할 수 있도록 비행체와 호스 운동을 3차원으로 나타낸 것이다(좌측: PID제어, 우측: 로버스트 제어). (b)에는 비행체 위치와 모션(각도)을 나타내고 있다. 여기서 점선은 PID제어, 실선이 로버스트 제어기를 적용한 경우의 결과이다. 단, 비행체 요우모션(yaw motion)에 대한 목표값은 사인파 형태로 설정하였다.(b)에서 하단 제일 우측 그림)

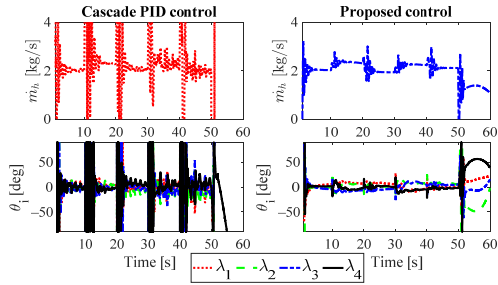
그림으로부터 알 수 있듯이, PID제어의 경우에는 상당히 요동치는 형태로 이동하고 있는 반면, 로버스트 제어기를 적용한 경우에는 안정적인 상태에서 이동과 방향전환이 이루어지고 있다는 것을 알 수 있다. 또한 제어력 발생형태로부터도 위와 같은 결과를 확인할 수 있다. 즉, (c)에 공급유량(좌측)과 제어밸브 각도 변화(가운데 및 우측)를 나타내었다. PID제어의 경우에는 점선과 같이 제어력의 변화가 상당히 거칠고 격동적인 반면, 실선으로 나타낸 로버스트 제어의 경우에는 정련되고 안정적인 형태의 제어력이 작용하고 있다는 것을 확인할 수 있다.



(a) 3D partial motion of the system



(b) Translational and rotational motions of the system over time



(c) Control inputs

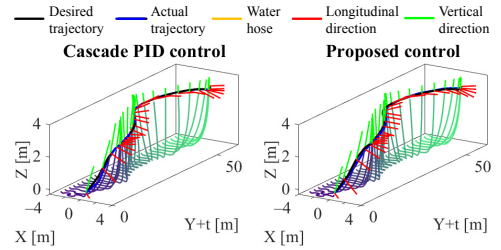
Fig. 4 Control Performance with step-type trajectories

이제는 다른 형태로 경로를 설정하고 이에 대한 추종성능 등을 살펴보고자 한다. 즉, 식 (19)에 나타낸 것과 같이 타원을 그리면서 상승하고 연속적으로 방향을 전환하는 경로를 설정하였다.

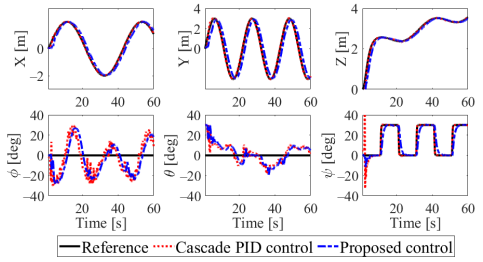
$$\begin{aligned} X_d &= 2\sin(0.15t), \quad Y_d = 3\sin(0.3)t, \\ Z_d &= 2 + 0.3\sin(0.2t) + 0.03t, \\ \psi_d &= \begin{cases} \pi/6 & \text{if } t \bmod 20 > 10 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

이에 대한 시뮬레이션 결과를 Fig. 5에 나타내

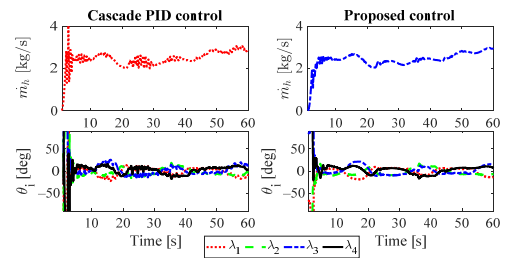
었다. 앞에서 소개한 스텝상 경로를 추종하는 경우와 달리, 두 제어기 모두 전반적으로 양호한 제어성능을 나타내고 있다. 그림에도 불구하고, 실선으로 나타낸 로버스트 제어의 경우가 점선으로 나타낸 PID 제어보다 안정적인 운동 특성을 확보할 수 있다는 것을 확인할 수 있다.



(a) 3D-like partial motion of the system



(b) Translational and rotational motions of the system over time



(c) control inputs

Fig. 5 Control performance with sinusoidal trajectories

5. 결 론

본 연구에서는 워터제트 추진장치로 부상하고 이동하는 비행체 운동제어시스템 구축에 대해 고

찰하였다. 특히 비행체는 유체가 흐르는 호스에 연결되고, 호스에 공급되는 유량을 제어함과 동시에, 4개의 모션제어용 밸브 분사각도를 제어하는 방법을 적용하였다. 화재진압을 위한 소화장치로 활용하는 것을 목표로 하여, 설정된 경로를 안정적으로 비행하면서 소화작업을 실행할 수 있도록 제어계를 설계하였다. 특히 수치적제어계 설계법인 LMI기법을 도입하였다. 이 방법으로부터, 입력 제한, 호스의 과도한 운동억제 및 호스운동에 따른 영향을 적절하게 억제하면서 안정적인 제어성능을 달성할 수 있는 제어이득을 계산하였다. 시뮬레이션을 통해 제안하는 장치와 제어기법의 유효성을 확인하였다.

후 기

This work was supported by the National Research Foundation of Korea (NRF) grant funded by the Korean government (MSIT) (No.2022R1A2C1003486) and under Project BK21 FOUR (Smart Convergence and Application Education Research Center).

Author contributions

Y. B. Kim; Conceptualization. H. Thinh; Supervision. H. Thinh; Formal analysis. C. W. Kim; Writing-original draft. Y. B. Kim; Writing-review & editing. C. W. Kim; Methodology. H. Thinh; Investigation. Y. B. Kim; Funding acquisition. H. Thinh; Software. C. W. Kim; Data curation. Y. B. Kim; Validation.

References

1. X. Liu and H. Zhou, 2019, "Unmanned Water-Powered Aerial Vehicles", Theory and Experiments in IEEE, 7, 15349-15356. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2895335>)
2. H. Ando, Y. Ambe, A. Lshii, M. Konyo, K.

- Tadakuma, S. Maruyama and S. Tadokoro, 2018, "Aerial Hose Type Robot by Water Jet for Fire Fighting", IEEE Robotics and Automation Letters, 3(2), 1128-1135. (<https://doi.org/10.1109/LRA.2018.2792701>)
3. H. Ando, A. Yuichi, Y. Tomoka, Y. Yu, K. Masashi, T. Kenjiro, M. Shigenao and T. Satoshi, 2020, "Fire extinguishment using a 4 m long flying-hose-type robot with multiple water-jet nozzles", Advanced Robotics, 34(11), 700-714. (<http://dx.doi.org/10.1080/01691864.2020.1769723>)
4. C. T. Dinh, T. Huynh and Y. B. Kim, 2022, "LQI Control System Design with GA Approach for Flying-Type Firefighting Robot Using Waterpower and Weight-Shifting Mechanism", Applied Sciences, 12(18), 9334. (<https://doi.org/10.3390/app12189334>)
5. Y. B. Kim, T. N. Nguyen and T. Huynh, 2021, "A Study on Development of Flying Type Fire Extinguisher with Water Jet System: Motion Control System Design", Journal of Power System Engineering, 25(5), 79-88. (<http://dx.doi.org/10.9726/kspse.2021.25.5.069>)
6. Water - Zapata. Retrieved from: <https://www.zapata.com/en/water/>, Accessed: 21st September 2022.
7. D. H. Lee, T. Huynh, Y. B. Kim and C. Soumayya, 2021, "Motion Control System Design for a Flying-Type Firefighting System with Water Jet Actuators", Actuators, 10(10), 275. (<https://doi.org/10.3390/act10100275>)
8. Y. Ambe, Y. Yamauchi, M. Konyo, K. Tadakuma and S. Tadokoro, 2022, "Stabilized Controller for Jet Actuated Cantilevered Pipe Using Damping Effect of an Internal Flowing Fluid", IEEE Access, 10, 5238-5249. (<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3140760>)
9. Y. Ambe, H. Ando, M. Konyo and S. Tadokoro, 2017, "Design of a simple controller for the flying hose type robot with water jet", The Proceedings of JSME annual Conference on

- Robotics and Mechatronics, 1P1-P02.
(<http://dx.doi.org/10.1299/jsmermd.2017.1P1-P02>)
10. Y. Yamauchi, Y. Ambe, M. Konyo, K. Tadakuma and S. Tadokoro, 2021, "Passive Orientation Control of Nozzle Unit with Multiple Water Jets to Expand the Net Force Direction Range for Aerial Hose-Type Robots", IEEE Robotics and Automation Letters, 6(3), 5634-5641.
(<https://doi.org/10.1109/LRA.2021.3082019>)
11. T. Yamaguchi, Y. Ambe, H. Ando, M. Konyo, K. Tadakuma, S. Maruyama and S. Tadokoro, 2019, "A Mechanical Approach to Suppress the Oscillation of a Long Continuum Robot Flying With Water Jets", IEEE Robotics and Automation Letters, 4(4), 4346-4353.
(<https://doi.org/10.1109/LRA.2019.2932582>)
12. Y. Yamauchi, Y. Ambe, M. Konyo, K. Tadakuma and S. Maruyama, 2022, "Realizing Large Shape Deformations of a Flying Continuum Robot With a Passive Rotating Nozzle Unit That Enlarges Jet Directions in Three-Dimensional Space", IEEE Access, 10, 37646-37657.
(<https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3162835>)
13. T. Huynh, D. H. Lee and Y. B. Kim, 2023, "Study on Actuator Performance Evaluation of Aerial Water-powered System for Firefighting Applications", Applied Sciences, 13(3), 1965.
(<https://doi.org/10.3390/app13031965>)
14. M. P. Paidoussis, 1998, "Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow. I", Academic press, 59-195.
15. W. Chen, H. Dai and L. Wang, 2021, "Three-dimensional dynamical model for cantilevered pipes conveying fluid under large deformation", Journal of Fluids and Structures, 105, 103329.
(<https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2021.103329>)
16. M. Wadham-Gagnon, M. P. Paidoussis and C. Semler, 2007, "Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion", Journal of Fluids and Structures, 23(4), 545-567.
(<https://doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2006.10.006>)
17. B. R. Munson, D. F. Young and T. H. Okiishi, 2005, Fundamentals of fluid mechanics, John Wiley & Sons.
18. S. Boyd, L. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, 1994, "Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory", Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory.
(<https://doi.org/10.1137/1.9781611970777>)
19. Robust Control Toolbox - MathWorks. Retrieved from: <https://www.mathworks.com/help/robust/>.