

동력시스템공학회지 제28권 제6호 pp. 14-22 2024년 12월 ISSN 2713-8429(Print) ISSN 2713-8437(Online) Journal of Power System Engineering Vol. 28, No. 6, pp. 14-22, December 2024

# 2행정기관의 연료분사시기에 따른 연소특성

# Combustion Characteristics with Fuel Injection Timing Variation in Two-stroke Engines

# 박권하\* † · 박홍일\* Kweon-Ha Park\* † and Hong-II Park\*

(Received 03 September 2024, Revision received 02 December 2024, Accepted 03 December 2024)

초록 : 본 논문은 2행정 선박기관에서 분사시기가 연소과정과 배기 배출물에 미치는 영향을 해석하고 분석하였다. 보어와 행정이 각각 42 cm 및 136 cm이고, 엔진회전수가 180 rpm인 엔진에서, 분사시기를 상사점전 15도에서 상사점후 5도까지 변화시키며 연소실의 압력변화, 연료분포의 거동, 연소과정에서 OH 생성 및 소멸, 중간 생성물인 CO 생성 및 소멸, 그리고 대표적인 유해배출물인 NO 생성에 미치는 영향을 분석하였다. 상사점 10도 이전에 분사된 경우, 피스톤이 상승하는 동안 분사가 끝나기 때문에 고온 고압 상태에서 연료가 반응하여 연소가 빠르게 완료된다. 이로 인해 연소실에 매우 높은 온도가 형성되어 다량의 질소산화물이 생성된다. 반면, 분사시기가 지연되어 상사점 이후에 분사가 시작되면, 분사된 연료가 하강하는 피스톤과 함께 넓은 공간에 분포되어 고온의 연소영역이 크게 감소한다. 이로 인해 연소속도가 느려지고 미연소 연료가 증가된다. 반면 질소산화물의 생성량은 매우 감소하게 된다.

키워드: 2행정기관, 분사시기, 연소

Abstract: This paper analyzes the effects of injection timing on the combustion process and exhaust emissions in a two-stroke marine engine. For an engine with a bore and stroke of 42 cm and 136 cm respectively, and a speed of 180 rpm, the study examines the impact of varying the injection timing from 15 degrees before top dead center (BTDC) to 5 degrees after top dead center (ATDC). The analysis includes cylinder pressure variation, fuel distribution behavior, OH radical formation and decay, intermediate product CO generation and decay, and the production of the harmful emission NO. When injection starts before BTDC 10, the injection ends with the rise of the piston that results in rapid combustion in a high-temperature and high-pressure environment. This creates a very high temperature in the combustion chamber and leads to significant formation of nitrogen oxides. When the injection timing is delayed and starts after top dead center (TDC), the injected fuel spreads across a wider space with the descent of the piston that significantly reduces the high-temperature combustion area. Consequently, the combustion rate slows down and unburned fuel increases while the production of nitrogen oxides decreases substantially.

Key Words: Two-stroke Engine, Injection Timing, Combustion

# 1. 서 론

선박 엔진은 이산화탄소, 질소산화물, 황산화물, 일산화탄소, 탄화수소, 그리고 입자상물질을 대양 에 배출하며 기후 변화와 대기 오염에 큰 영향을 미친다.<sup>1)</sup>

IMO는 2003년 제23차 총회에서 선박의 온실가 스 배출 규제를 논의하기 시작했으며, 2011년 MARPOL 협약의 개정으로 에너지 효율 선박 지 수(EEDI)를 의무화하면서 온실가스 배출 규제를 본격화하였다. 2018년에는 초기 IMO 전략을 채택 하여, 2008년 대비 2050년까지 선박에서의 총 연 간 온실가스 배출을 50% 이상 줄이는 것을 목표 로 하고 있다. 이 전략은 2030년까지 운송 작업당 이산화탄소 배출을 최소 40% 줄이는 중간 목표도 포함하고 있다. 이러한 목표를 달성하기 위해 에 너지 효율성 개선 기술과 대체 연료의 사용이 강 조되고 있다.2-4) 그러나 실제 운항 중인 선박의 대 부분은 중유를 사용하는 디젤엔진을 탑재한 선박 이다. 따라서 IMO의 규제를 만족하기 위해서는 신기술의 개발과 함께 현존선의 배기 및 성능개 선이 필수적으로 요구된다.

질소 산화물(NO\*)과 황 산화물(SO\*)에 대한 규 제도 강화되어 왔다. 질소산화물의 경우, 2000년 도입된 초기 규제 이후 2011년 2단계 규제에서는 20% 더 엄격해졌으며, 2016년 3단계 규제에서는 80%의 감축이 이루어졌다. 황 산화물의 경우, 해 양 연료의 황 함량은 2005년 4.5%에서 2020년 0.5%로 감소했다. 질소 산화물 저감 방법은 실린 더 내 기술과 후처리 기술로 나눌 수 있다.<sup>7)</sup> 실린 더 내 기술은 연소실 온도를 낮추어 질소 산화물 의 발생을 줄이는 것을 목표로 하며, 이를 위해 공기 흡입 시 수분을 추가하거나, 연료와 물을 혼 합하는 에멀젼 기술, 연소 과정 중 실린더 내에 직접 물을 주입하는 기술 등이 있다.<sup>8-10)</sup> 또한 연 료 분사 시스템 개선 기술<sup>11,12</sup>과 배기가스 재순환 (EGR) 기술이 있다.<sup>13,14)</sup>

이러한 많은 기술들이 연구되고 있지만 가까운 미래에도 운항 중일 것으로 예상되는 중유를 사 용하는 선박엔진에 대한 연구는 현저히 줄어들고 있다. 본 논문에서는 중유를 사용하는 2행정 선박 디젤엔진의 성능향상을 위하여 분사시기의 변화 가 연소과정에 미치는 영향을 분석하고자 한다. 분사시기의 선정은 본 연구에 적용된 장행정기관 질소산화물의 최대저감을 위하여 상사점후 5도까 지로 선정하였다. 각 조건에서 연소실 압력변화, 연료분포의 거동, 연소과정에서 OH 라디칼 생성, 중간 연소생성물인 CO 생성 및 소멸, 그리고 대 표적인 유해배출물인 질소산화물의 생성에 미치 는 영향을 분석하였다.

### 2. 수학적 모델 및 계산조건

#### 2.1 계산코드의 검증

이 논문은 실린더 내부의 연소 거동을 분석하 는 것으로 가장 널리 사용되는 KIVA 코드를 적용 했다. 본 코드는 연소, 분사, 난류 모델을 실험 결 과와 비교하여 계산 시뮬레이션의 정확성과 신뢰 성을 검증하였다.<sup>15,16)</sup> 또한 그리드(grid)의 영향도 평가되었다.<sup>17-20)</sup>

코드를 엔진해석에 적용하여 연소 거동을 평가 하였다. 해석 결과는 스월 유동, 난류 유동, 분사 및 연소 특성, 실린더 압력, 열 방출률, 질소 산화 물 생성 등 다양한 매개변수에 대해 실험 데이터 와 일치함을 보여 주었다. 이러한 검증을 통해 KIVA 코드를 사용한 계산 시뮬레이션이 선박엔 진의 연소 거동을 정확하게 예측하고 있음을 확 인하였다.<sup>21,22)</sup>



Fig. 1 Computed (dashed lines) and measured (solid lines) heat release rate<sup>25)</sup>

코드가 성공적으로 검증된 후, 이 코드는 다양 한 디젤 엔진의 개발과 개선에 널리 적용되었 다.<sup>23-25)</sup>

Fig. 1은 열발생률에 대한 계산 데이터를 실험 결과와 비교한 것으로 계산의 신뢰성을 확인할 수 있다.

#### 2.2 수학적 모델

엔진연소해석에 사용된 전달방정식은 다음과 같다.<sup>26)</sup>

화학종 m에 대한 연속방정식은 식 (1)과 같다.

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m u) = \nabla \cdot [\rho D \nabla (\frac{\rho_m}{\rho})] + \dot{\rho}_m^c + \dot{\rho}^s \delta_{m1}$$
(1)

여기서, ρ<sub>m</sub>은 화학종 m의 질량밀도이며, ρ는 전체질량밀도를 나타내고, u는 유동속도, D는 확 산계수를 나타낸다.

모든 화학종을 포함한 전체유체에 대한 연속방 정식은 식 (2)와 같다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u) = \dot{\rho}^s \tag{2}$$

모멘텀방정식은 식 (3)과 같다.

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u u) = -\frac{1}{a^2} \nabla p - A_o \nabla 2/3\rho k + \nabla \cdot \sigma + F^s + \rho g$$
(3)

여기서, 점성응력텐서는 식 (4)와 같이 주어진다.

$$\sigma = \mu [\nabla u + (\nabla u)^T] + \lambda \nabla \cdot u I$$
(4)

여기서, μ와 λ는 각각 첫째, 둘째 점성계수이다. 내부에너지방정식은 식 (5)와 같다.

$$\frac{\partial(\rho I)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u I) = -\rho \nabla \cdot \mathbf{u} + (\mathbf{I} - A_o)\sigma : \nabla \mathbf{u} - \nabla \cdot \mathbf{J} + A_o \rho \varepsilon + \dot{Q}^{\varepsilon} + \dot{Q}^{\varepsilon}$$
(5)

여기서, 열유속 J는 다음과 같이 주어진다.

$$J = -K\nabla T - \rho D \sum_{m} h_{m} \nabla(\frac{\rho_{m}}{\rho})$$
(6)

난류운동에너지와 그 소산율은 식 (7), (8)과 같다.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u k) = -\frac{2}{3} \rho \, k \nabla \cdot u + \sigma : \nabla u + \nabla \cdot [(\frac{\mu}{p_{r_k}}) \nabla k] - \rho \varepsilon + \dot{W}^s \tag{7}$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u\varepsilon) = -\left(\frac{2}{3}c_{\varepsilon_1} - c_{\varepsilon_2}\right)\rho \varepsilon \nabla \cdot u + \nabla \cdot \left[\left(\frac{\mu}{p_r}\right)\nabla \varepsilon\right] + \frac{\varepsilon}{k}\left[c_{\varepsilon_1}\sigma:\nabla u - c_{\varepsilon_2}\rho\varepsilon + c_s\dot{W}^s\right]$$
(8)

## 2.3 계산조건

Fig. 2는 크랭크각이 0도, 30도일 때의 격자형 상을 나타낸다. 이 격자는 대상엔진의 연소실 형 상 데이터를 입력하고 K3VPREP에 의하여 생성되 었으며 격자수는 28,300개이다.

Table 1은 엔진제원과 계산조건을 나타낸다. 대 상엔진은 현존선박에서 많이 사용되고 있는 행정 보어비가 3.2인 장행정 디젤엔진이다. 엔진부하는 선박의 일반적인 운항부하를 고려하여 MCR의 70%인 500 kW/cyl로 설정하였다. 엔진의 성능개 선을 위하여 연료분사시기의 영향을 분석하였으 며, 계산에 사용된 분사시기는 상사점전 15도에서 상사점후 5도까지 5도 간격으로 변화된다. 상세한 내용은 주어진 표와 같다.



(b) ATDC 30



Table 1 Engine specification and calculation conditions

Cases	Parameter	Value	Unit
Target engine	Type of target engine	2-stroke cycle	-
	Operating output	500	kW /cyl
	Engine speed	180	rpm

	Bore×Stroke	42×136	cm
	Crank angle at compression start	ATDC 120	CA
	Crank angle at exhaust valve open	BTDC 120	CA
	Number of nozzle hole	1	EA
	Mass flow of fuel injection per stroke	8	g/ stroke
	Fuel injection pressure	40	MPa
	Fuel spray angle	30	deg.
	Injection duration	10	CA
	Wall temperature	150	°C
	Initial air temperature	60	°C
	Initial air pressure	0.15	MPa
	Length of connecting rod	182	cm
	Compression ratio	28.6	-
Calculation conditions	Fuel injection timing	BTDC 15	deg.
		BTDC 10	deg.
		BTDC 5	deg.
		TDC	deg.
		ATDC 5	deg.

## 3. 결과 및 고찰

### 3.1 실린더 압력

Fig. 3은 크랭크 각에 따른 실린더 압력의 변화 를 나타낸다. 분사시기가 BTDC 15도인 경우에 가 장 높은 158 MPa의 연소에 의한 실린더 최대압력 을 나타내고, 분사시기가 늦어짐에 따라 급격히 감소하여 분사시기가 ATDC 5도가 되면 120 MPa



Fig. 3 Cylinder pressure variation

의 최대압력을 나타낸다. 피스톤을 밀어주는 압력 의 변화는 엔진의 출력과 효율에 영향을 미친다.

#### 3.2 연료분무의 거동

Fig. 4는 분사시기가 변화할 때 크랭크 각에 따 른 연소되지 않고 남아 있는 연료의 분포를 나타 낸다. 분사시기가 BTDC 10도 이전의 경우에는 피 스톤이 상승하고 있는 동안에 분사가 진행되기 때문에 분사된 연료가 피스톤 상부에 분포되며, 상사점 이후에 분사되는 경우는 연소실의 중앙부 위에 분포된다. 피스톤이 내려가면서도 이러한 현 상은 유지되지만 ATDC 60도가 되면 고 농도의 연료분포는 사라지고 95% 이상 연소가 완료된다.

Fig. 5와 같이 실린더에 남아 있는 전체 연료량 은 분사 직후 급격히 증가한 후에 분사가 끝나면 빠르게 감소한다. 잔류연료량의 최대치를 보면 분 사시기가 늦을수록 높아지는 것을 알 수 있다. 이 는 분사시기가 늦을수록 폭발적으로 증가되어야 하는 연소속도가 피스톤의 팽창과 함께 낮은 온도





Fig. 5 Residual fuel mass in cylinder

분위기의 영향으로 초기 연소속도가 늦게 된다는 것을 나타낸다.

#### 3.3 화염진행 및 거동

Fig. 6과 7은 분사시기가 변화할 때 크랭크 각 -10도에서 60도까지의 OH라디칼 분포와 실린더 전체 평균값의 변화를 나타낸다. 모든 경우에 분 사후 15도 크랭크 각후에 활발한 연소거동을 나타 낸다. 그러나 그 강도는 분사시기에 따라 크게 변 화한다. 분사시기가 BTDC 15도인 경우에는 1,000



Fig. 6 OH radical distributions on the center section



Fig. 7 OH volume fraction with crank angle

ppm 이상의 높은 농도로 활발한 연소가 진행되는 반면 분사시기가 상사점 이후가 되면 250 ppm 정 도의 농도로 연소가 느리게 진행되는 것을 알 수 있다. 전체 평균 OH라디칼 역시 분사시기가 늦어 지면 급속하게 낮은 농도를 나타내며, 따라서 연 소속도가 급격히 낮아지는 것을 알 수 있다.

#### 3.4 일산화탄소 생성 및 소멸

일산화탄소는 연소의 중간생성물이지만 완전연 소가 되지 않으면 배출되는 유해배출가스이다.

Fig. 8은 분사시기에 따른 일산화탄소의 분포를 나타낸다. 분사시기가 빠른 BTDC 15도에서는 OH 라디칼과 유사하게 매우 높은 농도의 일산화탄소 가 연소영역에서 생성된다. 분사시기가 늦어지면서 일산화탄소의 농도가 급격히 낮아지는데, 이는 연 소시기가 연소에 매우 중요한 영향을 미친다는 것 을 알 수 있다. 피스톤이 본격적으로 하강하는 크 랭크각 60도에서는 분사시기가 늦은 경우, 매우 넓 은 영역에 일산화탄소가 분포됨을 알 수 있다. 이 는 불완전 연소에 의하여 생성된 일산화탄소가 이 산화탄소로 완전연소 되지 못하고 피스톤의 팽창과 함께 넓은 영역으로 퍼져 나가는 것을 의미한다.

Fig. 9는 실린더 전체의 일산화탄소의 체적분율 을 나타낸다. 역시 분사시기가 빠른 경우에 연소 가 활성화되어 분사 후 크랭크각 15도 정도에서 높은 일산화탄소 농도를 나타내며 이후에 급격히 낮아진다. 분사시기가 늦어지면서 일산화탄소의 생성속도 역시 늦어지고 오랫동안 소멸되지 않고 남아 있는 것을 알 수 있다.



Fig. 8 CO distributions on the center section



Fig. 9 CO volume fraction with crank angle

# 3.4 질소산화물 생성 및 거동

Fig. 10과 11은 분사시기의 변화에 따른 일산화 질소의 분포와 온도분포를 나타낸다. 본 논문에서 사용된 연료는 질소성분이 포함되지 않은 연료를 사용하기 때문에 Fuel NOx의 생성은 없으며, 주로 Thermal NOx 생성메커니즘에 의하여 발생한다. 따라서 질소산화물의 생성은 연소실의 온도에 영 향을 받으며, 이는 화염의 온도를 결정하는 연료 분포와 화염선단의 연소속도에 의해 결정된다. 연





Fig. 12 NO volume fraction at exhaust valve open

료가 BTDC 10도 이전에 분사된 경우에는 2,300℃ 이상의 높은 온도가 TDC에서 ATDC 10도까지 지 속된다. 분사시기가 늦어지면 고온의 영역이 급격 히 줄어든다. 일산화질소의 생성 역시 분사시기가 빠른 경우, 상사점 부근에서 급격히 발생하여 배 기가 시작되는 상사점후 120도까지 지속된다. 그 러나 분사시기가 늦어지면 일산화질소의 생성이 급격히 낮아지는 것을 알 수 있다.

Fig. 12는 배기밸브가 열리는 시점에서 분사시 기의 변화에 따른 실린더 평균 일산화질소의 체 적분율을 나타낸다. 분사시기가 늦어짐에 따라 질 소산화물의 배출이 크게 감소한다.

## 4. 결 론

2행정선박디젤엔진에서 연료분사시기가 연소실 압력변화, 연료분포의 거동, 연소과정에서 OH 라 디칼 생성, 중간 연소생성물인 CO 생성 및 소멸, 그리고 대표적인 유해배출물인 질소산화물의 생 성에 미치는 영향을 분석한 본 논문을 요약하면 다음과 같다.

1) 분사시기가 BTDC 15도인 경우에 가장 높은 158 MPa의 연소에 의한 실린더 최대압력을 나타 내고, 분사시기가 늦어짐에 따라 급격히 감소하여 분사시기가 ATDC 5도가 되면 120 MPa로 낮아지 게 된다.

2) 잔류연료량의 최고치는 분사시기가 BTDC
 10도 이전인 경우에는 빠른 연소속도에 의하여
 4.8 g으로 감소하지만 TDC 이후에는 5.4 g으로 높
 아진다. 이는 분사시기가 늦을수록 초기 연소속도

가 늦어진다는 것을 나타낸다.

3) OH 라디칼의 농도는 분사시기가 BTDC 15 도인 경우에는 1,000 ppm 이상의 높은 농도로 활 발한 연소가 진행되는 반면, 분사시기가 상사점 이후가 되면 250 ppm 정도의 농도로 연소가 느리 게 진행되는 것을 알 수 있다. 이는 늦은 분사시 기에서 연소속도가 급격하게 저하됨을 나타낸다.

3) 연소 중간생성물인 일산화탄소 역시 OH의 변화와 유사하게 분사시기가 빠른 경우에 연소가 활성화되어 높은 일산화탄소 농도를 나타내며, 분 사시기가 늦어지면서 일산화탄소의 생성속도 역 시 늦어지고 오랫동안 소멸되지 않고 남아 있는 것을 알 수 있다.

4) 화염온도에 크게 영향을 받는 일산화질소의 생성은 분사시기에 가장 민감한 유해배기이다. BTDC 15도인 경우 0.43이며, 분사시기의 지연과 함께 크게 낮아져 ATDC 5인 경우 0.015로 낮아지 는 것을 알 수 있다.

이상을 종합하면 현존선에서 가장 중요하게 고 려하는 질소산화물과 연소특성을 고려할 때 분사 시기 BTDC 5도가 적당한 것으로 판단된다.

### Author contributions

K. Park; Conceptualization. K. Park; Data curation. H. Park; Formal analysis, K. Park; Funding acquisition. H. Park; Investigation. K. Park; Methodology. K. Park; Project administration. H. Park; Resources. K. Park; Software. H. Park; Supervision. K. Park; Validation. K. Park; Visualization. K. Park; Writing-original draft. K. Park; Writing-review & editing.

## References

 S. Gossling, C. Meyer-Habighorst and A. Humpe, 2021, "A global review of marine air pollution policies, their scope and effectiveness", Ocean and Costal Management, 212. (https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2021.105824)

20 동력시스템공학회지 제28권 제6호, 2024년 12월

- IMO, 2003, "IMO Policies and Practices Related to the Reduction of Greenhouse Gas Emission from ships", International Maritime Organization (IMO) A.963.
- IMO, 2011, "Inclusion of Regulations on Energy Efficiency for Ships in MARPOL Annex V-Resolution MEPC.203(62)", International Maritime Organization (IMO): London, UK.
- IMO, 2018, "Resolution MEPC.304(72), initial IMO strategy on reduction of GHG emissions from ships", IMO doc. MEPC 72/17/add.1, annex 11.
- A. Azzara, D. Rutherford and H. Wang, 2014, "Feasibility of IMO Annex VI Tier III implementation using Selective Catalytic Reduction", The International Council on Clean Transportation, Working Paper 2014(4).
- S. Yang, X. Pan, Z. Han, D. Zhao, B. Liu, D. Zheng and Z. Yan, 2018, "Removal of NOx and SO<sub>2</sub> from simulated ship emissions using wet scrubbing based on seawater electrolysis technology", Chemical Engineering Journal, 331, 8-15.

(https://doi.org/10.1016/j.cej.2017.08. 08.3)

 O. Kuropyatnyk and S. Sagin, 2019, "Exhaust Gas Recirculation as a Major Technique Designed to Reduce NO x Emissions from Marine Diesel Engines", Environmental Science and Engineering, 66(1), 1-9.

(https://doi.org/ 10.17818/NM/2019/1.1)

 T. Li, M. Susuki and H. Ogawa, 2010, "Effect of two-stage injection on unburned hydrocarbon and carbon monoxide emisions from ultra-high EGR low temperature diesel combustion", Nippon Kikai Gekkai Ronbunshu, 766(76), 1004-1009.

(https;//doi.org/10.1243/14680874,JE R585)

 E. V. Belousov, M. S. Ageyev and V. I. Sviridov, 2010, "Exerting influence on operation of medium-speed marine diesel engine by injection of water into the working cylinder", Dvigateli Vnutrennego Sgoraniya, 1, 40-43.

- M. Zheng, U. Asad, G. T. Reader, Y. Tan and M. Wang, 2009, "Energy efficiency improvement strategies for a diesel engine in low-temperature combustion", International Journal of Energy Research, 33(1), 8-28. (https://doi.org/10.1002/er.1464)
- S. V. Sagin and O. V. Semenov, 2016, "Motor Oil Viscosity Stratification in Friction Units of Marine Diesel Motors", American Journal of Applied Sciences, 13(2), 200-208.
- Y. V. Zablotsky and S. V. Sagin, 2016, "Maintaining Boundary and Hydrodynamic Lubrication Modes in Operating High-pressure Fuel Injection Pumps of Marine Diesel Engines", Indian Journal of Science and Technology, 9(20), 208-216.
- B. R. Kumar and S. Saravanan, 2016, "Partially premixed low temperature combustion using dimethyl carbonate (DMC) in a DI diesel engine for favorable smoke/NOx emissions", Fuel, 180(15), 396-406. (https://doi.org/10.1016/j.fuel.2016.04.060)
- N. K. Miller, G. Nagarajan and S. Renganarayanan, 2008, "LPG fueled diesel engine using diethyl ether with exhaust gas recirculation", International Journal of Thermal Sciences, 47(4), 450-457.

(https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2006.06.012)

- P. Stephenson and C. Rutland, 1995, "Modeling the Effects of Intake Flow Characteristics on Diesel Engine Combustion", SAE Technical Paper 950282.
- S. Singh, R. D. Reitz and M. P. B. Musculus, 2007, "Validation of engine combustion models against detailed in-cylinder optical diagnostics data for a heavy-duty compression-ignition engine", International Journal of Engine Research, 8(1), 1-13.

(https://doi.org/10.1243/14680874JER02406)

- D. J. Torres, Y. H. Li and S. C. Kong, 2010, "Partitioning strategies for parallel KIVA-4 engine simulations", Computers & Fluids, 39, 301-309.
- D. J. Torres and M. F. Trujillo, 2006, "KIVA-4: An unstructured ALE code for compressible gas flow with sprays", Journal of Computational Physics, 219, 943-975.
- Y. Imamori, K. Hiraoka, S. Murakami, H. Endo, C. J. Rutland and R. D. Reitz, 2009, "Effect of mesh structure in the KIVA-4 code with a less mesh dependent spray model for DI diesel engine simulations", International Multidimensional Engine Modeling User's Group Meeting at the SAE Congress.
- K. Sone and S. Menon, 2003, "Effect of Subgrid Modeling on the In-Cylinder Unsteady Mixing Process in a Direct Injection Engine", Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 125, 435-443.
- S. L. Yang, Y. K. Siow, C. Y. Teo and K. Hanjalic, 2005, "A KIVA code with Reynolds -stress model for engine flow simulation, Energy", 30, 427-445.

- R. D. Reitz and C. J. Rutland, 1995, "Development and testing of diesel engine CFD models", Prq Energy Cumhusr. Sri. 21, 173-196.
- A. Imren, V. Golovitchev, C. Sorusbay and G. Valentino, 2010, "The Full Cycle HD Diesel Engine Simulations Using KIVA-4 Code", Powertrains Fuels & Lubricants Meeting, San Diego California, United States. (https://doi.org/10.4271/2010-01-2234)
- 24. D. Wickman, P. Senecal and R. D. Reitz, 2001, "Diesel Engine Combustion Chamber Geometry Optimization Using Genetic Algorithms and Multi-Dimensional Spray and Combustion Modeling", SAE Transactions, Journal of Engines, 110(3), 487-507.
- K. Tsao, Y. Dong and Y. Xu, 1990, "Investigation of Flow Field and Fuel Spray in a Direct. Injection Diesel Engine via KIVA-II Pro-gram", SAE Technical Paper 901616.
- 26. A. A. Amsden, P. J. O'Rourke and T. D. Butler, 1989, "KIVA-II: A Computer Program for Chemically Reactive Flows with Sprays", LA-11560-MS UC-96, 7-12. (https://doi.org/10.2172/6228444)