

RCGA 기반 최적화를 이용한 선형 서보 시스템 위치제어기의 성능 비교

Performance Comparison of Position Controllers for a Linear Servo System Using RCGA-Based Optimization

이유수*†
Yu-Soo Lee*†

(Received 13 May 2026, Revision received 01 June 2026, Accepted 01 June 2026)

초록 : 본 연구는 향후 실제 선형 서보 시스템 실험을 위한 선행 단계로서, 저차 선형 모델 기반에서 비례-속도(Proportional-Velocity, PV), 선형 이차 적분(Linear Quadratic Integral, LQI) 및 피드포워드 기반 LQI 제어기의 응답 특성을 비교·분석하였다. 각 제어기는 동일한 공칭 플랜트 모델, 입력 포화 조건 및 실수코딩 유전알고리즘(Real-Coded Genetic Algorithm, RCGA) 기반 튜닝 절차를 통해 설계되었다. 성능 평가는 계단입력 추종, 펄스 외란, 불규칙 기준입력, 측정잡음 및 질량 증가에 따른 제한적 파라미터 변동 조건에서 수행하였다. 시뮬레이션 결과, 피드포워드 기반 LQI는 추종 및 파라미터 변동 조건에서 작은 오차를 보였고, LQI는 펄스 외란 조건에서 빠른 회복 특성을 나타냈으며, PV는 측정잡음과 제어 입력 사용량 측면에서 상대적으로 안정적인 응답을 보였다. 이러한 결과는 향후 실제 실험을 위한 제어기 선정 및 실험 조건 설정에 활용될 수 있다.

키워드 : 선형 서보 시스템, 위치 제어, 실수코딩 유전알고리즘, 제어기 성능 비교

Abstract : This study compares PV, LQI, and feedforward-based LQI controllers for a linear servo system as a preliminary step toward real-system experiments. All controllers were designed using the same nominal plant model, actuator saturation condition, and RCGA-based tuning procedure. Their performance was evaluated under reference tracking, pulse disturbance, measurement noise, and limited parameter variation conditions. The results show that the feedforward-based LQI controller improves tracking performance, the LQI controller provides fast disturbance recovery, and the PV controller shows stable responses under measurement noise with relatively low control input usage. These findings provide a basis for controller selection and experimental condition design in future implementation.

Key Words : Linear Servo System, Position Control, Real-coded Genetic Algorithm, Controller Performance Comparison

1. 서 론

서보 시스템의 위치제어는 산업용 구동계, 자동

화 설비, 정밀 이송 장치 및 각종 동력 전달 시스템에서 요구되는 기본적인 제어 문제 중 하나로서 빠른 과도응답, 작은 정상상태 오차, 안정적인 기준입력에 대한 추종 성능, 외란 및 파라미터 변

*† 이유수(<https://orcid.org/0000-0002-8203-6749>) : 감독 엔지니어, 에버런스 코리아
E-mail : yusoo.lee@everllence.com, Tel : 051-440-0179

*† Yu-Soo Lee(<https://orcid.org/0000-0002-8203-6749>) : Superintendent Engineer, Everllence Korea.
E-mail : yusoo.lee@everllence.com, Tel : 051-440-0179

화에 대한 강인성을 동시에 필요로 한다. 특히 선형 서보 시스템은 비교적 단순한 구조 안에서 위치제어 문제의 핵심 특성을 재현할 수 있으므로, 제어기 설계 및 성능 비교를 위한 대표적인 검증 대상으로 활용되어 왔다.^{1,4)}

산업 현장에서는 구조가 단순하고, 구현이 쉬운 비례-속도(Proportional-Velocity, PV) 및 PID 계열 제어기가 여전히 실용적인 기준 제어기로 폭넓게 사용되고 있다.^{1,2)} 예를 들어 Hirahara 등³⁾은 극점 배치 기법을 적용한 2자유도 PID 제어기를 통해 비교적 단순한 제어기 구조로도 우수한 위치결정 및 추종 성능을 얻을 수 있음을 보였다. 그러나 이러한 분석적 설계 또는 경험적 튜닝 방식에서는 최종 성능 차이가 제어기 구조 자체에서 비롯된 것인지, 또는 서로 다른 튜닝 절차의 영향에 의한 것인지 명확하게 구분하기 어렵다.^{2,4)}

한편, 상태공간 기반 최적제어 기법은 이차 비용함수를 통해 추종 성능과 제어입력 사용량 사이의 균형을 체계적으로 조율하고 해결책을 제시한다는 장점이 있다.^{4,5)} LQR 및 LQI 계열 제어기는 상태 오차와 제어입력을 동시에 고려하여 페루프 응답을 설계하므로, 정지점 제어뿐만 아니라 정밀 위치제어 시스템에서도 널리 적용되어 왔다. 특히 LQI 제어기는 적분 상태를 포함함으로써 정상상태 오차를 구조적으로 보상할 수 있으며, 기준입력 변화나 외란이 존재하는 조건에서도 안정적 추종 성능을 기대할 수 있다.⁶⁾

또한 기준입력 정보를 제어입력에 선제적으로 반영하는 피드포워드 구조는 추종 지연을 줄이고 기준입력 변화에 대한 응답성을 향상시키는 데 효과적이다. Micheal 등⁷⁾은 산업용 전기유압 액추에이터에 피드포워드와 결합된 LQR 구조를 통하여 기준입력 정보를 선제적으로 반영하고 추종 지연을 줄였으며, Cole⁸⁾은 예측 정보를 활용한 피드포워드가 결합된 LQ 제어기로 추종 성능을 향상시켰다. 이러한 피드포워드 제어 구조는 이동 기준 입력 추종 문제에서 성능 향상을 위한 설계의 핵심 요소로 활용된다.⁹⁻¹²⁾

최근 정밀 위치제어 및 운동제어 분야에서도 피드포워드 보상, 복합 제어 구조 및 최적화 기반

튜닝을 결합하여 추종 성능과 강인성을 향상시키려는 연구가 수행되고 있다. Mooren 등¹³⁾은 비반복 점대점 운동 작업에서 기준입력 변화에 대응하기 위한 온라인 피드포워드 동조 기법을 제안하고, 추종 성능 향상을 보였다. 이는 실제 위치제어 시스템에서 피드포워드 보상과 기준입력 변화 대응이 중요한 설계 요소임을 보여 준다. Yue 등¹⁴⁾은 PSO 기반 전역 최적화 전략을 로봇 매니퓰레이터의 비선형 강인 제어에 결합하여 최적화 기법이 여전히 제어기 개선에 활용되고 있음을 보였다.

그러나 기존 연구들은 주로 특정 제어기의 성능 향상에 초점을 두고 있어, 실제 실험 적용 이전 단계에서 PV와 같은 기준 제어기, LQI 제어기 및 피드포워드 기반 확장 구조의 상대적 특성을 동일한 튜닝 조건에서 비교한 연구는 제한적이다. 특히 선형 서보 시스템의 위치제어 문제에서 PV, LQI 및 피드포워드가 결합된 확장 구조를 비교할 경우 다음과 같은 사항에 대한 검토가 필요하다.

첫째, 각 제어기에 적용하는 서로 다른 튜닝 기준으로 인해 최종적인 성능 차이가 구조 차이인지 튜닝 절차의 차이로 발생하는지는 명확하게 구분하기 어렵다.^{1,2,15,16)} 둘째, 단일 계단 응답에 국한된 성능 평가는 실제 운전 조건에 가까운 연속적 기준입력 변화, 외란, 측정 잡음 조건에서 발생하는 제어 구조 간의 실질적인 차이를 충분히 반영하지 못한다.^{8,11,12)} 셋째, 공칭 모델 조건에서 추종 성능을 보완하는 피드포워드가 결합된 확장 구조가 외란 제거 성능이나 플랜트 모델 변동 조건에서도 동일하게 성능을 유지하는지 별도의 검증 과정이 필요하다.^{7-10,12)}

이와 같은 점을 고려하여, 본 연구에서는 선형 서보 시스템의 위치제어를 대상으로 PV, LQI 및 피드포워드 기반 LQI 제어기의 상대적 성능을 동일한 설계 및 평가 조건에서 비교·분석한다. 특히 새로운 제어 법칙을 제안하는 것이 아니라, 실제 실험 적용 전 단계에서 서로 다른 제어 구조를 동일한 공칭 플랜트, 입력 포화 한계, 기준입력 조건 및 실수코딩 유전알고리즘(Real-Coded Genetic Algorithm, RCGA) 기반 최적화 기법을 통해 튜닝

하고 제어기 구조에 따른 응답 특성을 정량적으로 비교하는 데 있다. 이를 위해 추종 오차, 시간 응답 특성, 제어입력 사용량 및 포화 특성을 포함하는 다중 목적함수를 세 제어기에 공통으로 적용하였으며, 계단입력 추종, 외란 제거, 불규칙 다변위 기준입력 추종, 측정잡음 및 모델 파라미터 변동 조건에서 성능을 평가하였다. 이를 통해 각 제어기가 추종 성능, 외란 억제, 잡음 민감도, 제어입력 사용량 및 파라미터 변화에 대해 보이는 상대적 특성을 분석하고, 향후 실제 선형 서보 시스템 실험에서 제어기 선정, 튜닝 방향 및 실험 조건 설정을 위한 기초 자료를 제시하고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 연구 대상인 선형 서보 시스템의 수학적 모델링과 제어기 구조를 설명한다. 3장에서는 RCGA 기반 제어기 튜닝 방법을 설명한다. 4장에서는 다양한 운전 조건에서의 시뮬레이션 결과를 비교·분석한다. 마지막으로 5장에서는 연구 결과를 요약하고 향후 연구 방향을 제시한다.

2. 선형 서보 시스템 모델링 및 제어기 설계

2.1 선형 서보 시스템

본 연구에서는 위치제어 응답 성능의 비교를 위해 Quanser IP02 선형 서보 시스템의 실험 플랫폼을 참고하여, 단일입력 단일출력(Single-Input Single-Output, SISO) 모델을 적용하였다.¹⁷⁾ 해당 시스템은 입력 전압에 의해 발생한 모터 회전운동이 카트의 병진운동으로 변환되고, 카트 위치는 엔코더를 통해 측정된다.

실제 선형 서보 시스템은 모터 전기자 회로, 회전 구동계, 감속기, 랙-피니언 기구, 카트 질량, 마찰, 센서 및 구동 증폭기 등의 영향으로 고차 동특성과 비선형 요소를 포함할 수 있다. 이러한 고차 비선형 모델은 실제 장치의 동특성을 정밀하게 재현하는데 유용하지만, 다수의 물리 파라미터 식별이 요구되고 모델 구조가 복잡해진다는 한계가 있다. 따라서 본 연구에서는 Quanser IP02 실험 플랫폼에서 사용되는 입력전압-카트 속도 기반 1

차 모델을 참고하여, 제어기 구조에 따른 상대적 성능과 응답 차이 분석에 중점을 두었다. 이에 따라 입력전압에 대한 카트 속도 응답을 1차 전달함수로 근사하고, 위치 상태를 추가하여 위치제어용 2상태 상태공간 모델을 구성하였다. 구성된 모델은 PV, LQI 및 피드포워드 기반 LQI 제어기를 동일한 조건에서 설계하고 평가하기 위한 공칭 플랜트로 사용된다.¹⁵⁻¹⁷⁾

2.2 공칭 플랜트의 모델링

2.2.1 모터-구동계의 기본 동역학

선형 서보 시스템은 DC 모터의 회전 운동을 감속기와 피니언-랙 메커니즘을 이용하여 카트의 병진 운동으로 변환하는 구조를 갖는다. 따라서 시스템의 동특성은 입력 전압에 의해 결정되는 전기자 회로의 전기적 동역학, 전기자 전류에 의해 발생하는 모터 토크, 모터 회전자 및 구동축의 회전 운동, 그리고 피니언-랙을 통한 병진운동 변환 관계로 구성된다.

DC 모터의 전기자 회로는 입력 전압, 전기자 전류 및 역기전력 사이의 관계로부터 다음과 같이 표현된다.

$$L_a \dot{i}(t) + R_a i(t) + K_b w(t) = u(t) \quad (1)$$

여기서, $i(t)$ 는 전기자 전류, $w(t)$ 는 모터 각속도, $u(t)$ 는 입력전압, L_a 와 R_a 는 각각 전기자 인덕턴스와 저항, K_b 는 역기전력 상수를 나타낸다.

한편, 모터 회전자 및 구동축의 회전 운동은 전기자 전류에 의해 생성된 모터 토크와 회전계 운동방정식은 각각 다음과 같다.

$$T_m(t) = K_t i(t) \quad (2)$$

$$J_m \dot{w}(t) + B_m w(t) + \tau_f(w) = K_t i(t) \quad (3)$$

여기서, T_m 은 모터 토크, J_m 은 모터 회전자 관성, B_m 은 회전축의 점성마찰계수, $\tau_f(w)$ 는 속도에 따라 달라질 수 있는 비선형 마찰 토크, K_t 는

모터 토크 상수이다.

모터의 회전운동은 감속기와 피니언-랙을 통해 카트의 병진 운동으로 변환되고, $w(t)$ 모터 각속도와 $v(t)$ 카트 속도 사이의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$v(t) = \frac{r_p}{N_g} w(t) \quad (4)$$

여기서, r_p 는 피니언 반지름, N_g 는 감속기 기어 비이다.

2.2.2 비선형 등가 운동방정식과 속도 모델

실제 선형 서보 시스템에서는 모터 및 감속기로 구성된 회전 구동계, 카트 질량, 레일과의 접촉에 따른 마찰, 외란, 액추에이터 포화 등의 영향이 함께 작용한다. 따라서 카트 속도에 대한 전체 시스템의 거동을 비선형 효과를 포함한 등가 운동방정식으로 개략적으로 나타낼 수 있다.

$$J_{eq} \dot{v}_c + B_{eq} v_c + F_f(v_c) = A_m \text{sat}(u_{cmd}) + d \quad (5)$$

여기서, v_c 는 카트 속도, J_{eq} 는 등가 관성, B_{eq} 는 등가 점성계수, $F_f(v_c)$ 는 비선형 마찰 성분, u_{cmd} 는 제어기 출력, d 는 외란, sat 는 액추에이터 포화 연산자를 의미한다.

본 연구에서는 제어기 설계 및 성능 비교를 위한 공칭 플랜트 구성을 목적으로 하므로, 모든 비선형 요소를 상세히 모델링하지 않고 제한된 작동 영역에서 저차 선형 모델로 단순화하였다. 이를 위해 전기자 인덕턴스는 저항 성분에 비해 충분히 작다고 가정하여 무시하고, 비선형 마찰 성분은 등가 점성항에 포함하였다. 또한 외란과 입력 포화는 플랜트 내부 모델에 포함하지 않고, 시뮬레이션에서 별도의 외부 조건으로 고려하였다.

이에 따라 식 (5)의 비선형 시스템은 다음과 같은 선형 등가 운동방정식으로 정리할 수 있다.

$$J_{eq} \dot{v}_c(t) + B_{eq} v_c(t) = A_m u(t) \quad (6)$$

여기서, A_m 은 전기적 입력이 병진운동의 구동력으로 전달되는 전체 비율을 나타내는 액추에이터 계인, J_{eq} 는 카트 질량과 모터 회전자 관성을 병진 운동계로 환산한 등가 관성, B_{eq} 는 기계적 점성 마찰과 모터의 역기전력 효과를 함께 포함한 등가 점성계수이다.

식 (6)의 선형 등가 운동방정식을 전달함수 형태로 나타내면, 입력 전압 $u(t)$ 와 카트 속도 $v(t)$ 사이의 관계는 다음과 같은 1차 속도 플랜트 $G_v(s)$ 로 표현한다.

$$G_v(s) = \frac{V_c(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (7)$$

여기서, K 는 정상상태 이득(steady-state gain), τ 는 시정수(time constant)를 의미하며, 각각 다음과 같이 정의된다.

$$K = \frac{A_m}{B_{eq}}, \quad \tau = \frac{J_{eq}}{B_{eq}} \quad (8)$$

이 1차 모델은 전압 입력에 대한 카트 속도의 동특성을 간결하게 나타내며, 이를 기반으로 위치 제어용 상태공간 모델을 구성하였다.

2.2.3 위치 제어용 상태공간 모델

위치는 속도의 적분으로 얻어지므로, 입력 전압에 대한 위치 전달함수는 식 (7)에 적분기를 추가하여 다음과 같이 표현된다.

$$G_x(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (9)$$

여기서, $X(s)$ 는 카트 위치, $U(s)$ 는 입력전압이다.

위치제어를 위한 상태 변수 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}$ 로 정의하면, 식 (9)는 다음과 같은 2상태 상태공간 모델로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax_2 + Bu, \quad y = Cx \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ K/\tau \end{bmatrix}, \quad C = [1 \ 0] \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, u 는 제어입력, y 는 출력 위치를 나타낸다.

기준입력 r 에 대한 추종 오차는 다음과 같이 정의된다.

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (11)$$

속도 상태 x_2 는 직접적인 기준값을 갖지 않지만, 위치 상태의 변화율로 시스템 동특성에 결정하는 중요한 상태 변수로 PV 제어기에서는 속도 피드백 항으로, LQI 제어기에서는 상태 피드백 성분으로 사용된다.

기준이 되는 공칭 모델의 파라미터는 Quanser IP02 실험 플랫폼에서 제공한 1차 모델의 파라미터로 설정하였다. 공칭 모델은 카트 질량 0.57 kg에 해당하며, 이때의 파라미터는 $K_n=0.14334$, $T_n=0.058379$ 이며, 추가 질량이 부가된 변동 모델의 파라미터는 질량 0.94 kg로 $K_w=0.13135$, $T_w=0.08164$ 를 사용한다. 공칭 모델을 기준으로 설계된 제어기를 추가 질량이 부가된 변동 모델에도 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이를 통해 질량 증가에 따른 제한적 파라미터 변동 조건에서 제어기별 응답 특성 변화를 비교 분석하였다.

2.3 PV 제어기

본 연구에서는 PV 제어기를 기준 제어기로 사용한다. PV 제어기의 제어입력은 위치 오차와 속도 피드백으로 구성되며 다음과 같이 정의된다.

$$u_{pv}(t) = K_p(x_{ref}(t) - x_1(t)) - K_v x_2(t) \quad (12)$$

여기서, K_p 는 비례 게인, K_v 는 속도 피드백 게인이다.

일반적인 PV 제어기 설계에서는 분석적 방법이나 경험적 조정을 통해 게인을 튜닝하지만, 본 연구에서는 타 제어기와 공정한 성능 비교를 위해, 설계 변수인 변수 K_p 와 K_v 를 3장에서 서술할 동일한 다중 목적함수 기반의 RCGA를 통해 최적화하여 도출하였다.^{2,3)}

2.4 LQI 제어기

LQI(Linear Quadratic Integral) 제어기는 LQR 구조에 적분 상태를 추가한 형태로 구성하였다. 일반적인 LQR 제어기는 상태 오차와 제어입력을 동시에 고려하는 이차 비용함수(Quadratic Cost Function)를 최소화하도록 설계되며, 이를 통해 상태 피드백 게인을 체계적으로 결정할 수 있다. 그러나 적분 동작이 포함되지 않아 외란이나 모델 불확실성에 의해 정상상태 오차가 발생할 수 있다. 이를 보완하기 위해 정상상태 오차 제거와 추종 성능을 동시에 고려할 수 있는 LQI 구조를 적용하였다.^{5,6)}

위치 오차에 대한 적분상태를 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{x}_f(t) = e(t) = r(t) - y(t) \quad (13)$$

이에 따라 확장된 상태벡터는 아래와 같이 구성된다.

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서, $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_f(t)$ 는 각각 위치, 속도 및 위치 오차의 적분상태를 의미한다.

LQI 제어입력은 다음과 같이 정의된다.

$$u_{LQI}(t) = -K_x x(t) - K_I x_f(t) \quad (15)$$

여기서, K_x 는 상태피드백 게인, K_I 는 적분 게인이다. LQI 제어기는 다음 이차 비용함수를 최소화하도록 설계된다.

$$J = \int_0^\infty (x_a^T(t) Q x_a(t) + u^T(t) R u(t)) dt \quad (16)$$

본 연구에서는 타 제어기와 공정한 성능 비교를 위해, 설계 변수인 변수 K_x 와 K_I 를 3장에서

서술할 동일한 다중 목적함수 기반의 RCGA를 통해 최적화하여 도출하였다.^{6,7)}

2.5 피드포워드 기반 LQI 제어기

LQI에 피드포워드를 결합한 제어기는 LQI의 상태 피드백 구조에 기준입력 보상항을 추가한 형태이다. LQI 제어기는 적분 상태를 통해 정상상태 오차 제거와 외란 억제 측면에서 우수한 특성을 갖지만, 기준입력이 빠르게 변화하는 이동 기준 추종 조건에서는 오차 피드백에 기반한 보상 특성으로 인해 응답 지연이 발생할 수 있다. 따라서 기준입력 변화에 대한 선제적 보상을 위해 피드포워드 구조를 추가하였으며, 다음과 같은 제어 입력을 사용하였다.⁷⁻¹²⁾

$$u_{LQI+FF}(t) = -K_x x(t) - K_I x_I(t) + K_{ff} r(t) \quad (17)$$

여기서, K_{ff} 는 기준입력에 대한 피드포워드 게인이다.

본 연구에서는 타 제어기와 공정한 성능 비교를 위해, 설계 변수인 변수 K_x 와 K_I 및 K_{ff} 를 3장에서 서술할 동일한 다중 목적함수 기반의 RCGA를 통해 최적화하여 도출하였다.

3. 실수코딩 유전알고리즘

3.1 최적화 도구 실수코딩 유전알고리즘

유전알고리즘(Genetic Algorithm, GA)은 자연계의 진화 원리와 적자생존 개념을 기반으로 한 대표적인 전역 최적화 기법이다.^{18,19)} GA는 초기 집단을 구성한 후, 적합도 평가와 선택, 교배 및 돌연변이 연산을 반복적으로 수행하여 최적해 또는 준 최적해를 탐색한다.

일반적인 GA는 해 후보를 이진 문자열로 표현하는 이진 부호화 방식을 주로 사용하지만, 제어기 게인이나 가중 파라미터와 같은 실수형 설계 변수의 경우, 실제 변수 값으로 변환하는 과정이 필요하다. 또한 비트 수, 탐색 범위 및 해상도 설정에 따라 탐색 성능이 영향을 받을 수 있다.

이에 따라 제어기 파라미터를 실수형 염색체로

직접 표현하는 실수코딩 유전알고리즘(Real-Coded Genetic Algorithm, RCGA)을 사용하였으며, 별도의 부호화 및 복호화 과정 없이 설계 변수를 목적함수 평가에 직접 적용할 수 있어 제어기 튜닝 문제에 적합하다. RCGA의 최적화 과정은 아래 Fig. 1과 같이 나타내었다.

초기 집단은 $k=0$ 에서 생성되며, k 세대 집단 $P(k)$ 는 n 개의 개체로 구성된 집합으로서 식 (18)과 같이 정의된다.

$$P(k) = \{\theta_1(k), \theta_2(k), \dots, \theta_n(k)\} \quad (18)$$

여기서, $\theta_i(k)$ 는 k 번째 세대에서 i 번째 개체의 염색체를 의미하며, 제어기 설계변수로 구성되는 실수 벡터이다.

각 개체의 적합도는 염색체 $\theta_i(k)$ 로부터 산출된 제어기 계인을 모델에 적용한 후, 계산된 목적함수를 기반으로 평가되며, 이를 나타내면 식 (19)와 같다.

$$F_i(k) = -J(\theta_i(k)) - \gamma \quad (19)$$

여기서, $F_i(k)$ 는 적합도 함수, $J(\theta_i(k))$ 는 목적함수, γ 는 스케일링 보정계수이다.

목적함수 값이 작을수록 뛰어난 제어성능을 의미하고, 낮은 값을 갖는 개체가 다음 세대 생성 과정에서 우선적으로 선택된다.

본 연구에서는 구배 기반 재생산, 수정 단순 교배 및 동적 돌연변이를 주요 연산자로 적용하였다. 또한 스케일링 윈도우법과 엘리트 전략을 함

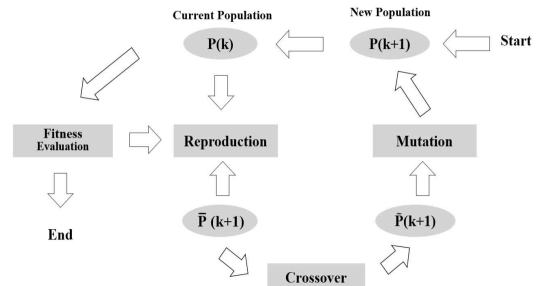


Fig. 1 Flow chart of RCGA tuning

Table 1 Common RCGA parameters

Parameter	Value
Population size	50
Maximum generation	200
Crossover probability	0.95
Mutation probability	0.2
Dynamic mutation	5
Scaling factor	1.7

게 사용하여 탐색 성능과 수렴 안정성을 향상시켰으며, 적용된 파라미터는 Table 1과 같다.²⁰⁾

3.2 RCGA 기반 제어기 튜닝

제어기 파라미터 튜닝에는 GA, 입자 군집 최적화(Particle Swarm Optimization, PSO), 차분 진화(Differential Evolution, DE) 및 고래 최적화 알고리즘(Whale Optimization Algorithm, WOA) 등 다양한 최적화 기법이 효과적으로 활용될 수 있으며, 기존 연구에서도 대상 시스템, 목적함수, 탐색 범위 및 설계조건에 따라 알고리즘별 성능 차이가 다르게 나타나는 것으로 보고되었다.²¹⁻²³⁾ 따라서 특정 최적화 알고리즘의 우수성을 일반화하여 비교하기보다는, 기존 연구와의 연속성을 유지하면서 제어기 구조별 성능을 비교하기 위해 선정한 제어기 파라미터를 동일한 RCGA 기반 최적화 기법으로 튜닝하였다.^{1,2,18-20)}

각 제어기는 동일한 공칭 모델과 기본 계단입력 조건에서 최적화되었으며, 실제 액추에이터의 구동 한계를 반영하기 위해 제어입력의 상한과 하한을 각각 +15 V와 -15 V로 설정하였다. 목적함수는 추종오차와 제어입력을 동시에 고려할 수 있도록 다음 성능지표를 종합적으로 반영하였다.

- 적분 절대오차 (Integral of Absolute Error, IAE)
- 적분 제곱오차 (Integral of Squared Error, ISE)
- 시간 가중 적분 절대오차 (Integral of Time-weighted Absolute Error, ITAE)
- 정상상태 오차
- 입력 에너지
- overshoot
- 입력 포화 비율

목적함수는 다음 식 (20)과 같은 형태로 나타낼 수 있다.

$$J = w_1 IAE + w_2 ISE + w_3 ITAE + w_4 |e_{ss}| + w_5 E_u + w_6 OS + w_7 S \quad (20)$$

여기서, 정상상태오차 e_{ss} , 입력에너지 E_u , 오버슈트 OS, 입력 포화비율 S를 의미하며, w_i 는 각 성능항목의 상대적 중요도를 나타내는 가중치이다.

따라서, 가중치는 $w_1 = 1.0$, $w_2 = 0.3$, $w_3 = 1.0$, $w_4 = 10.0$, $w_5 = 0.01$, $w_6 = 0.5$, $w_7 = 5.0$ 으로 설정하였다. IAE와 ITAE는 추종 오차 및 시간 경과에 따른 오차 누적을 평가하기 위해 사용하였다. 정상상태 오차와 입력 포화 비율에는 위치제어 정확도와 입력 제한 조건을 반영하여 상대적으로 높은 가중치를 부여하였으며, 입력 에너지는 과도한 제어입력 사용을 억제하기 위해 낮은 가중치로 포함하였다. 또한 동일한 목적함수와 가중치를 모든 제어기에 공통 적용하여 비교 조건의 일관성을 확보하였다.

Fig. 2와 같이 Table 1의 RCGA 파라미터를 기반으로 제어기의 설계 변수를 설정하였다. PV 제어기의 경우, $0 \leq K_p \leq 1000$, $0 \leq K_v \leq 100$ 로 설정된 범위에 따라 직접 탐색하였으며, LQI 제어기의 경우에는 가중행렬 Q 와 입력 가중치 R 의 로그 스케일 파라미터를 RCGA로 탐색한 후 K_x 와 K_i 를 산출하였다.

가중행렬 Q 의 탐색 범위는 $1 \leq \log_{10}(Q_{11}) \leq 30$, $0 \leq \log_{10}(Q_{22}) \leq 4$, $1 \leq \log_{10}(Q_{33}) \leq 30$, 가중치 R 은 $-3 \leq \log_{10}(R) \leq 1$ 로 설정하고, 피드포워드 기반 LQI 제어기도 동일한 방식으로 K_x 와 K_i 를 산출하였다. 피드포워드 게인은 $-20 \leq K_{ff} \leq 100$ 의 범위에 따라 직접 설계 변수로 포함하여 탐색하였다.

RCGA는 확률적 탐색 기반 최적화 기법으로, 기존 연구에서는 특정 조건 하에서 점근적 수렴 가능성이 논의되었다.²⁴⁾ 이러한 특성을 고려하여, 본 연구에서는 적합도 스케일링과 엘리트 전략을 적용하여 탐색 안정성과 우수 개체 보존을 고려하였다. Fig. 3에서 보이듯이, 200세대 동안 목적

함수 값은 감소 후 일정한 값으로 수렴하였다. 설정된 탐색 범위와 알고리즘 파라미터 조건에서 제어기 게인이 안정적으로 도출되었음을 확인하였으며, 각 제어기의 최종 게인은 Table 2에 정리하였다.

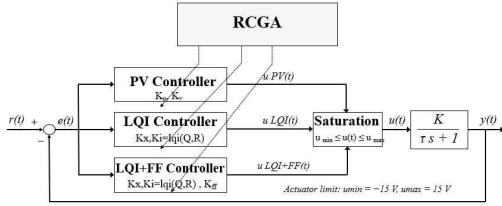


Fig. 2 Block diagram of linear servo control system with RCGA tuning

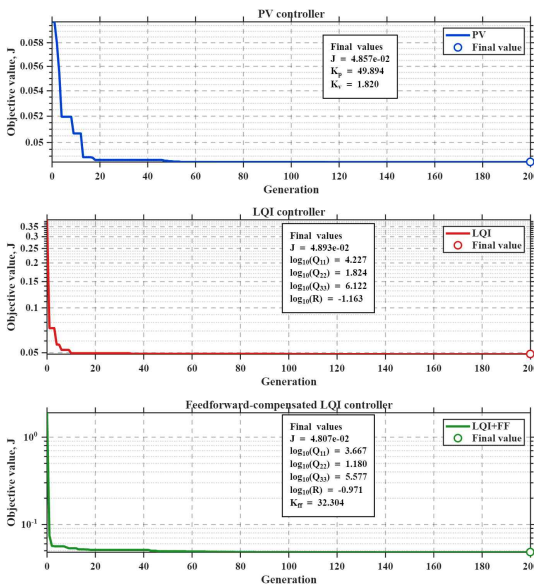


Fig. 3 RCGA-based convergence histories and final design parameters for the controllers

Table 2 Controller gain by RCGA parameter tuning

PV controller			
K_p	49.893	K_v	1.820
LQI controller			
K_x	778.683	K_i	-4403.347
LQI+FF controller			
K_x	356.166		14.963
K_i	-1891.052	K_{ff}	32.388

마지막으로, 각 제어기의 선형 페루프 안정성은 페루프 시스템 행렬의 극점 분석을 통해 확인하였다. 연속시간 시스템의 점근 안정 조건은 모든 페루프 극점의 실수부가 음수인 경우이므로, 본 연구에서는 실수부가 가장 큰 지배극점(dominant pole)을 기준으로 안정성을 판별하였다.

그 결과, PV, LQI 및 피드포워드 기반 LQI 제어기의 지배극점 실수부는 각각 -10.799, -11.490, -12.077로 나타났으며, 모두 음수로 나타났다. 또한 Fig. 4에서 확인할 수 있듯이 각 제어기의 페루프 극점은 모두 안정영역인 좌반평면에 위치하였으며, 선형 페루프 안정성을 만족함을 확인하였다.

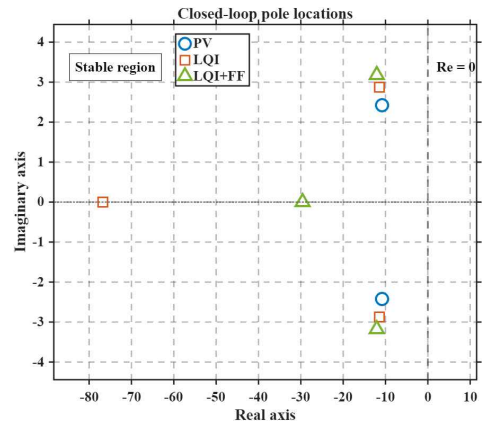


Fig. 4 Closed-loop pole locations of PV, LQI, and feedforward-based LQI controllers

4. 시뮬레이션 결과 및 검토

PV, LQI 및 피드포워드 기반 LQI 제어기의 성능 비교를 위해 네 가지 운전 조건과 하나의 모델 변동 조건을 설정하였다. 운전 조건은 기본 계단 입력 추종, 외란 제거, 불규칙 기준입력 추종 및 측정잡음 포함 계단입력 추종으로 구성하였으며, 모델 변동 조건은 질량 증가에 따른 파라미터 변화를 반영하였다.

모든 시뮬레이션은 동일한 입력 포화 조건 ± 15 V 및 동일한 샘플링 시간 $T_s = 0.001$ s에서 수행하였다. 기본 계단입력의 크기는 0.10 m로 설정하였으며, 이는 선형 서보 시스템의 전체 이동 범위를

과도하게 사용하지 않으면서도 제어기 간 기본 응답 특성을 비교하기에 적절한 수준으로 판단하였다. 반면, 불규칙한 기준입력 추종 조건에서는 보다 가혹한 조건을 반영하기 위하여 더 넓은 기준입력 범위를 적용하였다.

성능 평가는 IAE, ITAE, 최대 제어입력, 입력 포화 비율, 상승시간, 정착시간, 오버슈트, 입력 에너지, 제어입력의 실효값(Root Mean Square input, RMS input) 및 회복시간을 기준으로 수행하였다. 여기서 제어입력 사용량은 제어입력의 크기를 정량화하기 위하여 제어입력 적분값으로 나타내었으며, RMS 입력은 제어입력의 평균적인 사용 수준을 의미한다. 또한 회복시간은 외란 발생 이후 출력이 허용오차 범위 내로 재수렴하는 데 소요되는 시간으로 정의하였다.

계단입력 조건에서는 시간응답 특성을, 외란, 불규칙 기준입력, 측정잡음 및 파라미터 변동 조건에서는 오차 성능과 제어입력 사용량을 종합적으로 평가하였다. 이에 따라 특정 제어기의 절대적 우열보다 운전 조건별 추종 성능과 입력 사용량의 상충관계를 중심으로 결과를 분석하였다.

4.1 계단입력 추종

기본적인 위치 추종 성능과 과도응답 특성을 비교하여, $t=0.5$ s에서 0.10 m의 계단입력으로 인가하고 총 6.0 s 동안 시뮬레이션을 수행하였다. 본 조건은 각 제어기의 기본 응답 속도, 오차 특성 및 제어입력 사용량을 정량적으로 분석하기 위한 기준 조건으로 활용되었다.

Table 3 Basic step tracking performance index

Index	PV	LQI	LQI+FF
IAE	0.01763	0.01768	0.01712
ITAE	0.00227	0.00220	0.00206
Umax [V]	4.989	4.601	4.279
Sat. [%]	0	0	0
Rise [s]	0.290	0.274	0.268
Settle [s]	0.500	0.481	0.463
OS [%]	0.00009	0.00006	0.00004
Input energy	1.9640	1.9991	2.0138

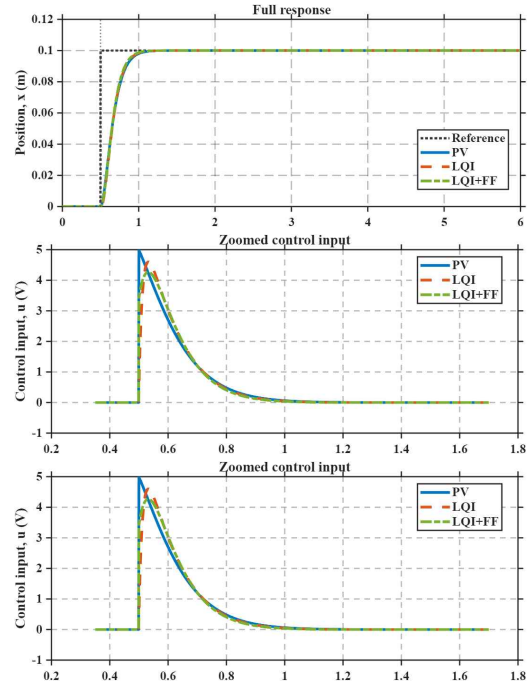


Fig. 5 Step response for nominal model with the controllers

Table 3과 Fig. 5에서 보듯이, 세 제어기 모두 입력 포화 없이 안정적인 계단 응답을 보였으며, 오버슈트는 거의 발생하지 않았다. 추종 오차 측면에서는 LQI+FF 제어기가 IAE 0.01712, ITAE 0.00206으로 가장 작은 값을 나타냈다. 또한 상승 시간과 정착시간은 각각 0.268 s와 0.463 s로 가장 짧게 나타나, 기본 계단입력 조건에서 가장 빠른 응답 특성을 보였다. 이는 피드포워드 구조가 기준입력 변화에 대한 선제적 제어 성분을 제공하여 추종 지연을 줄인 결과로 해석된다.^{7,8)}

제어입력 측면에서 피드포워드 기반 LQI의 최대 제어입력은 4.279 V로 가장 낮게 나타났으며, PV와 LQI는 각각 4.989 V와 4.601 V를 보였다. 반면 입력 에너지는 PV가 1.9640으로 가장 작았고, LQI와 피드포워드 기반 LQI는 각각 1.9991, 2.0138로 다소 크게 나타났다. 따라서 피드포워드 기반 LQI는 추종 오차, 응답 속도 및 최대 입력 측면에서 가장 우수한 성능을 보였으나, 누적 제어입력 사용량 측면에서는 PV 제어기가 상대적으로 효율적인 특성을 보였다.

4.2 외란 제거 성능

실제 환경에서 발생할 수 있는 순간적인 부하 변동에 대한 강인성을 검증하기 위하여, $t=3.0$ s 시점에 0.2 s 동안 크기 1.0의 펄스 외란을 인가하였다. 이는 실제 시스템에서 발생 가능한 외란을 가정하면서도 제어기 간 차이를 명확히 드러낼 수 있는 수준으로 고려하였다. 이를 통해 각 제어기의 외란 억제 능력, 출력 편차 및 회복 속도를 비교 분석하였다.

Table 4 Pulse disturbance performance index

Index	PV	LQI	LQI+FF
IAE	0.02166	0.01801	0.01787
ITAE	0.01346	0.00310	0.00414
Umax [V]	4.989	4.601	4.279
Sat. [%]	0	0	0
Rise [s]	0.290	0.274	0.268
OS [%]	13.912	0.998	2.266
Input energy	2.0623	2.2077	2.2298
Recovery [s]	0.326	0.001	0.001

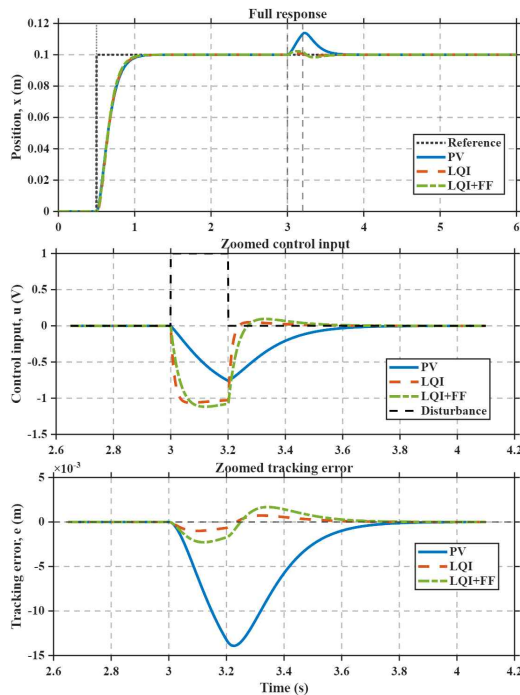


Fig. 6 Pulse disturbance response with the controllers

Table 4는 펄스 외란이 포함된 계단입력 추종 조건에서의 성능지표를 나타낸다. Fig. 6과 같이 세 제어기 모두 입력 포화는 발생하지 않았으나, 외란 인가 이후의 추종 오차와 회복 특성에서는 뚜렷한 차이가 나타났다. IAE는 피드포워드 기반 LQI가 0.01787로 가장 작았으며, LQI도 0.01801로 유사한 값을 보였다. 반면 PV는 0.02166으로 상대적으로 큰 누적 오차를 나타냈다. ITAE는 LQI가 0.00310으로 가장 작았으며, 피드포워드 기반 LQI와 PV는 각각 0.00414, 0.01346으로 나타났다. 이는 LQI 제어기의 적분 오차 보상 구조가 외란 이후 시간에 따라 누적되는 잔류 오차를 효과적으로 억제하였음을 의미한다.⁷⁾

과도응답 측면에서도 LQI 제어기의 외란 억제 특성이 확인되었다. LQI의 오버슈트는 0.998%로 가장 작았고, PV의 13.912%에 비해 외란 이후 출력 편차가 크게 감소하였다. 회복시간은 LQI와 피드포워드 기반 LQI가 모두 빠른 복귀 특성을 보인 반면, PV는 0.326 s로 상대적으로 긴 회복시간을 나타냈다. 한편, 입력 에너지는 PV가 2.0623으로 가장 작았고, LQI와 피드포워드 기반 LQI는 각각 2.2077, 2.2298로 다소 크게 나타났다.

따라서 펄스 외란 조건에서는 LQI 제어기가 ITAE, 오버슈트 및 회복시간 측면에서 가장 우수한 외란 억제 성능을 보였으며, 피드포워드 기반 LQI도 IAE 기준에서는 유사한 추종 성능을 나타냈다. 반면, PV 제어기는 입력 에너지 사용량은 가장 작았으나, 외란 이후 오차 증가와 회복 지연이 상대적으로 크게 나타나 외란 억제 측면에서는 한계를 보였다.

4.3 불규칙 다변위 추종

실제 서보 시스템에서 빈번히 발생하는 연속적인 위치 명령 변화를 재현하기 위하여, 불규칙 다변위 기준 입력 추종 조건을 구성하였다. $t=0.5$ s 이후부터 1.0 s 간격으로 변위가 변경되는 다변위 기준입력 식 (21)을 적용함으로써, 제어기들의 추종 정밀도와 적응성을 평가하였다.

$$R(t) = \{-0.30, -0.20, -0.10, 0, 0.20, 0.30\} \quad (21)$$

Table 5 Random multi-level reference tracking index

Index	PV	LQI	LQI+FF
IAE	0.39940	0.38975	0.37847
ITAE	1.48910	1.47820	1.43180
Umax [V]	15.000	15.000	15.000
Sat. [%]	1.120	2.110	2.070
Input energy	120.22	132.22	132.96

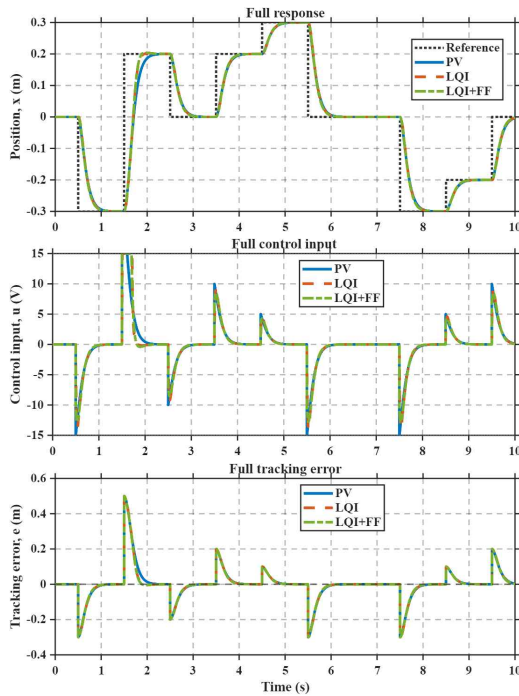


Fig. 7 Random multi-level response with the controllers

Table 5는 불규칙 다변위 기준입력 추종 조건에서의 성능지표를 나타낸다. Fig. 7과 같이 추종 오차 측면에서는 피드포워드 기반 LQI 제어기가 IAE 0.37847, ITAE 1.43180으로 가장 작은 값을 보였다. 이는 피드포워드 보상 구조가 불규칙한 기준입력 변화에서도 기준입력 정보를 선제적으로 반영하여 추종 오차를 줄이는 데 기여하였음을 의미한다.⁹⁻¹²⁾ LQI는 IAE 0.38975, ITAE 1.47820으로 PV보다 낮은 오차를 보였으며, PV는 IAE 0.39940, ITAE 1.48910으로 가장 큰 오차를 나타냈다.

한편, 세 제어기 모두 최대 입력이 15.0 V에 도달하여 입력 포화가 발생하였다. 입력 포화 비율은 PV가 1.120%로 가장 낮았고, LQI와 피드포워드 기반 LQI는 각각 2.110%, 2.070%로 더 높게 나타났다. 입력 에너지 역시 PV가 120.22로 가장 작았으며, LQI와 피드포워드 기반 LQI는 각각 132.22, 132.96으로 더 큰 값을 보였다.

따라서 피드포워드 기반 LQI가 가장 우수한 추종 성능을 보였으나, 더 큰 누적 제어입력 사용량과 높은 입력 포화 비율을 수반하였다. 반면 PV는 추종 오차 측면에서는 상대적으로 불리하였지만, 액추에이터 부담 측면에서는 가장 보수적인 특성을 보였다. 결과적으로 불규칙 다변위 기준입력 조건에서는 추종 성능과 제어입력 사용량 사이의 상충관계가 뚜렷하게 확인되었다.

4.4 측정잡음 있는 계단 입력 추종

센서 측정 과정에서 유입되는 고주파 노이즈가 폐루프 제어 성능에 미치는 영향을 정량화하고자, 위치 및 속도 피드백 신호에 표준편차 0.005 m 및 0.05 m/s를 설정하였다. 이를 통해 각 제어기의 잡음 민감도와 실용적 강인성을 평가하였다. 다음 식 (22)와 같이 노이즈 주파수는 200 Hz로 설정하였으며, 위치 노이즈는 실제 엔코더 분해능과 센서 잡음 수준을 고려하여 선정한 값으로 0.10 m 계단입력 대비 약 5% 수준으로 하여 제어기 간 잡음 민감도 차이를 확인하고자 하였다.

$$\begin{aligned} y_m(t) &= y(t) + n_p(t) \\ \dot{y}_m(t) &= \dot{y}(t) + n_v(t) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, n_p 는 위치 노이즈, n_v 는 속도 노이즈이다.

Table 6은 측정잡음이 포함된 계단입력 추종 조건에서의 성능지표를 나타낸다. Fig. 8과 같이 추종 오차 측면에서 PV 제어기는 IAE 0.01910, ITAE 0.00666으로 세 제어기 중 가장 작은 값을 보였다. 반면, LQI와 피드포워드 기반 LQI의 IAE는 각각 0.02099, 0.02038로 PV보다 크며, ITAE 역시 각각 0.01271, 0.01232로 증가하였다. 이는

Table 6 Step reference tracking performance index

Index	PV	LQI	LQI+FF
IAE	0.01910	0.02099	0.02038
ITAE	0.00666	0.01271	0.01232
Umax [V]	5.555	15.000	7.565
Sat. [%]	0	0.050	0
Rise [s]	0.297	0.280	0.280
Settle [s]	0.519	4.719	4.722
OS [%]	0.806	2.455	2.342
Input energy	2.3591	109.79	24.129
RMS input	0.62699	4.2773	2.0052

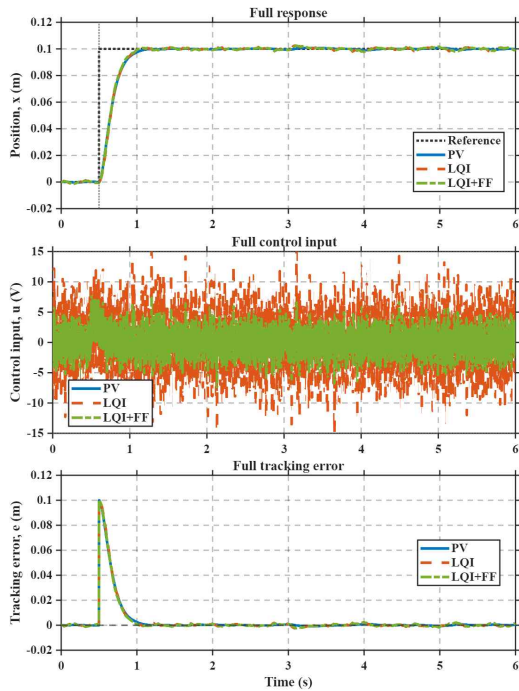


Fig. 8 Step response for the feedback noise with the controllers

측정잡음 조건에서 단순한 피드백 구조를 갖는 PV 제어가 추종 오차를 상대적으로 안정적으로 억제하였음을 의미한다.^{2,3)}

고주파 측정잡음이 LQI 계열 제어기의 상태 피드백 및 적분 보상 구조를 거치며 제어입력의 극심한 진동을 유발하였고, 이로 인해 LQI와 피드포

워드 기반 LQI의 정착시간은 각각 4.719 s, 4.722 s로 공칭 모델 대비 크게 증가하였다. 반면, 단순 피드백 구조를 지닌 PV 제어기는 잡음 증폭 현상을 효과적으로 억제하여 0.519 s의 안정적인 정착 특성을 유지하였다. 따라서 측정잡음 조건에서는 PV 제어가 가장 안정적인 응답을 보였다.

4.5 질량 증가 조건에서의 계단입력 추종

모델 파라미터 불확실성에 대한 강인성을 검증하기 위하여, 카트 질량 증가(0.57 kg → 0.94 kg)로 인한 변동 모델에 설계된 제어기를 적용하였다. 이를 통해 질량 변화에서 각 제어기의 추종 성능 유지 능력과 안정성을 평가하였다.

Table 7과 Fig. 9는 질량 증가에 따른 파라미터 변동 모델에서의 계단입력 추종 성능을 나타낸다. 세 제어기 모두 입력 포화 없이 안정적인 응답을 보였다. 추종 오차 측면에서는 피드포워드 기반 LQI가 IAE 0.01712, ITAE 0.00203으로 가장 작은 값을 나타냈으며, LQI도 IAE 0.01768, ITAE 0.00219로 PV보다 낮은 오차를 보였다. 반면, PV는 IAE 0.01928, ITAE 0.00258로 가장 큰 오차를 나타냈다.

과도응답 측면에서 피드포워드 기반 LQI의 상승시간은 0.247 s로 가장 짧았으며, LQI와 PV는 각각 0.266 s, 0.294 s로 나타났다. 정착시간은 피드포워드 기반 LQI 0.459 s, PV 0.462 s, LQI 0.481 s로 제어기 간 차이가 크지 않았다. 또한 LQI와 피드포워드 기반 LQI는 오버슈트가 발생하지 않았

Table 7 Weighted model tracking performance index

Index	PV	LQI	LQI+FF
IAE	0.01928	0.01768	0.01712
ITAE	0.00258	0.00219	0.00203
Umax [V]	4.989	6.247	5.471
Sat. [%]	0	0	0
Rise [s]	0.294	0.266	0.247
Settle [s]	0.462	0.481	0.459
OS [%]	0.688	0	0
Input energy	2.3615	3.0747	3.0504

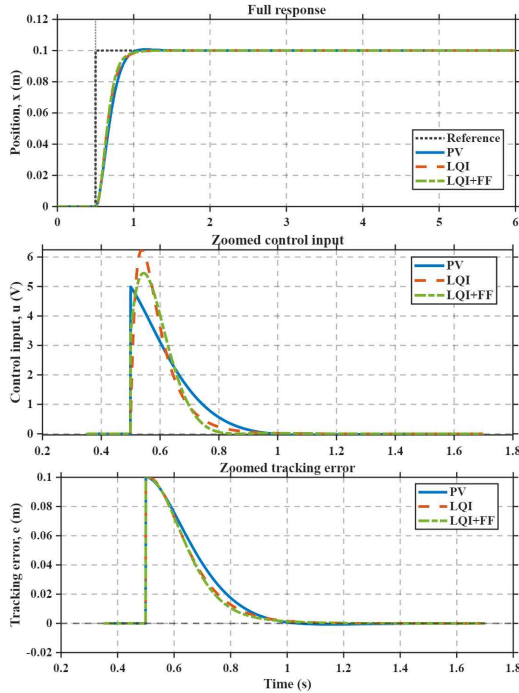


Fig. 9 Step response for weighted model with the controllers

고, PV의 오버슈트도 0.688 %로 작게 나타나 모든 제어기가 안정적인 응답을 유지하였다.

제어입력 측면에서는 PV가 가장 낮은 입력 부담을 보였다. PV의 최대 제어입력과 입력 에너지는 각각 4.989 V, 2.3615로 가장 작았으며, LQI와 LQI+FF의 최대 제어입력은 각각 6.247 V, 5.471 V, 입력 에너지는 각각 3.0747, 3.0504로 PV보다 크게 나타났다. 이는 LQI 계열 제어기가 모델 변동 조건에서 추종 성능을 유지하기 위해 상대적으로 적극적인 제어입력을 사용하였음을 의미한다.

5. 결 론

본 연구에서는 선형 서보 시스템의 위치제어를 대상으로 PV, LQI 및 피드포워드 기반 LQI 제어기의 성능을 동일한 조건에서 비교·분석하였다. 세 제어기는 동일한 공칭 플랜트 모델, 입력 포화 한계 ($\pm 15V$), 기준입력 조건 및 RCGA 기반 다중 목적함수 하에서 튜닝되었으며, 이를 통해 제어기

구조에 따른 응답 차이를 평가하였다.

시뮬레이션 결과, 피드포워드 기반 LQI는 추종 정밀도와 모델 변동 조건에서, LQI는 외란 억제 및 복원 성능에서, PV는 측정잡음 및 제어입력 사용량 측면에서 각각 장점을 보였다. 따라서 실제 서보 시스템의 제어기 설계에서는 단일 성능지표에 의한 절대적 우열보다, 추종 성능, 외란 억제 능력, 노이즈 민감도, 액추에이터 부담 및 입력 에너지 특성을 함께 고려하여 운전 목적과 설계 도에 적합한 제어 구조를 선정할 필요가 있다.

본 연구는 실제 선형 서보 시스템 실험에 앞서 수행한 1차 선형 모델 기반의 선형 시뮬레이션 연구이다. 따라서 실제 시스템에서 발생할 수 있는 비선형 마찰, 백래시, 구동기 동특성, 센서 특성 및 모델링 동역학을 충분히 반영하지 못한 한계가 있다. 다만 저차 모델 기반 분석 결과는 제어 기별 기본 응답 특성을 동일 조건에서 비교하기 위한 기준 자료로 활용될 수 있으며, 향후 실제 실험 결과와의 비교를 통해 비선형 성분이 제어 성능에 미치는 영향을 구분하는 데 도움이 될 수 있다.

이에 본 연구 결과는 실제 시스템 성능을 직접적으로 입증하기보다는, 향후 실제 실험을 위한 제어기 선정, 튜닝 방향 설정 및 실험 조건 구성을 위한 선형 분석 결과로 해석할 수 있다. 향후 연구에서는 실제 선형 서보 시스템 플랫폼인 Quanser IP02를 대상으로 실험 검증을 수행하고, 복합 외란, 고차 기준궤적 추종 및 능동 외란 제거 제어(Active Disturbance Rejection Control, ADRC) 및 다양한 최적화 알고리즘의 실제 구현 및 비교를 통해 본 연구를 확장하고자 한다.

Author contributions

Y. S. Lee; Software, Supervision, Writing-review & editing, Investigation, Validation, Formal analysis.

References

1. F. J. Lin, H. J. Shieh, K. K. Shyu and P. K.

- Huang, 2004, "On-line Gain-Tuning IP Controller Using Real-Coded Genetic Algorithm", *Electric Power Systems Research*, 72(2), 157-169.
2. A. Y. Jaen-Cuellar, R. J. Romero-Troncoso, L. Morales-Velazquez and R. A. Osornio-Rios, 2013, "PID-Controller Tuning Optimization with Genetic Algorithms in Servo Systems", *International Journal of Advanced Robotic Systems*, 10(9), 324. (DOI:10.5772/56697)
3. H. Hirahara, A. Tanaka, S. Yamamoto and T. Ara, 2017, "Systematic Design of Two-Degree-of-Freedom PID Controller for Positioning and Tracking Drives of Linear Servo Motors", *IEEJ Journal of Industry Applications*, 6(6), 443-448. (DOI:10.1541/ieejia.6.443)
4. Z. Xiang and W. Wei, 2021, "Design of DC Motor Position Tracking System Based on LQR", *Journal of Physics: Conference Series*, 1887(1), 012052. (DOI:10.1088/1742-6596/1887/1/012052)
5. A. N. K. Nasir, M. A. Ahmad and M. F. Rahmat, 2008, "Performance Comparison between LQR and PID Controllers for Inverted Pendulum System", *AIP Conference Proceedings*, 1052(1), 124-128.
6. Z. Feng, J. Zhu and R. Allen, 2007, "Design of Continuous and Discrete LQI Control Systems with Stable Inner Loops", *Journal of Shanghai Jiaotong University (Science)*, 12(6), 787-792.
7. J. W. Micheal, M. F. Rahmat, N. Abdul Wahab and W. K. Lai, 2013, "Feed Forward Linear Quadratic Controller Design for an Industrial Electro Hydraulic Actuator System with Servo Valve", *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, 6(1), 154-170. (DOI:10.21307/ijssis-2017-533)
8. M. O. T. Cole and T. Wongratanaphisan, 2014, "Optimal LQ Feedforward Tracking with Preview: Practical Design for Rigid Body Motion Control", *Control Engineering Practice*, 26, 41-50. (DOI:10.1016/j.conengprac.2013.12.007)
9. E. Prempain and I. Postlethwaite, 2001, "Feedforward Control: A Full-Information Approach", *Automatica*, 37(1), 17-28. (DOI:10.1016/S0005-1098(00)00118-7)
10. Y. Xie and A. Alleyne, 2014, "A Robust Two-Degree-of-Freedom Controller for Systems with Both Model and Measurement Uncertainty", *Control Engineering Practice*, 25, 55-65. (DOI:10.1016/j.conengprac.2013.11.017)
11. Z. Zhou, J. Gao and L. Zhang, 2024, "A Positioning and Tracking Performance-Enhanced Composite Control Algorithm for the Macro-Micro Precision Stage", *Actuators*, 13(11), 433. (DOI:10.3390/act13110433)
12. T. van Keulen, T. Oomen and M. Heemels, 2023, "Online Feedforward Parameter Learning with Robustness to Set-Point Variations", *IFAC-PapersOnLine*, 56(2), 1919-1925. (DOI:10.1016/j.ifacol.2023.10.1082)
13. N. Mooren, G. Witvoet and T. Oomen, 2023, "On-line Instrumental Variable-Based Feedforward Tuning for Non-Resetting Motion Tasks", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 33(18), 11000-11018. (DOI:10.1002/rnc.6925)
14. P. Yue, B. Xu and M. Zhang, 2024, "An Improve Nonlinear Robust Control Approach for Robotic Manipulators with PSO-Based Global Optimization Strategy", *Scientific Reports*, 14(1), 21447. (DOI:10.1038/s41598-024-72156-x)
15. K. Ogata, 2010, "Modern Control Engineering", 5th ed., Prentice Hall.
16. R. C. Dorf and R. H. Bishop, 2017, "Modern Control Systems", 13th ed., Pearson.
17. Quanser Inc., "IP02 Workbook: Linear Servo Base Unit", Quanser Inc., Canada.
18. Y. Lee, K. Ryu, G. So, J. Kwon and J. Ahn, 2025, "Application of Real-Coded Genetic Algorithm-PID Cascade Speed Controller to

- Marine Gas Turbine Engine Based on Sensitivity Function Analysis”, *Mathematics*, 13(2), 314. (DOI:10.3390/math13020314)
19. Y. H. Lee, M. O. So, B. G. Jeong, G. G. Jin and S. H. Jin, 2005, “RCGA-Based Tuning of the PID Controller for Marine Gas Turbine Engines”, *Journal of the Korean Society of Marine Engineers*, 29(1), 116-123.
20. Y. Lee, S. Hwang and J. Ahn, 2022, “Genetic Algorithm-Based Design of Nonlinear PID Controller for the Temperature Control of Load-Following Coolant Systems”, *Journal of the Korean Society of Fisheries and Ocean Technology*, 58(4), 359-366.
21. P. Ouyang and V. Pano, 2015, “Comparative Study of DE, PSO and GA for Position Domain PID Controller Tuning”, *Algorithms*, 8(3), 697-711. (DOI:10.3390/a8030697)
22. S. B. Joseph, E. G. Dada, A. Abidemi, D. O. Oyewola and B. M. Khammas, 2022, “Metaheuristic Algorithms for PID Controller Parameters Tuning: Review, Approaches and Open Problems”, *Heliyon*, 8(5), e09399. (DOI:10.1016/j.heliyon.2022.e09399)
23. Y. Lee, K. Ryu, Y. Lee and J. K. Ahn, 2025, “Whale Optimization Algorithm-PID Speed Control for a Gas Turbine Engine,” *Journal of Korean Navigation and Port Research*, 49(6), 629-635.
24. G. Rudolph, 1994, “Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(1), 96-101. (DOI:10.1109/72.265964)